

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

SEPARAÇÃO, BIFURCAÇÃO E TRANSFERÊNCIA DE CALOR
EM ESCOAMENTOS RADIAIS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

CARLOS ALBERTO LANGER

FLORIANÓPOLIS, AGOSTO DE 1991

SEPARAÇÃO, BIFURCAÇÃO E TRANSFERÊNCIA DE CALOR

EM ESCOAMENTOS RADIAIS

CARLOS ALBERTO LANGER

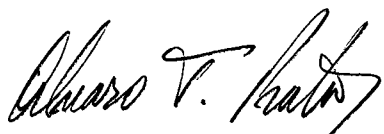
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO CIÊNCIAS TÉRMICAS,

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO

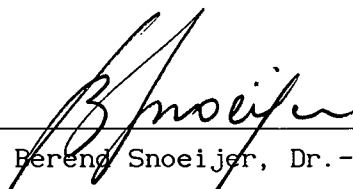
EM ENGENHARIA MECÂNICA



Prof. Álvaro T. Prata, Ph.D.
Orientador

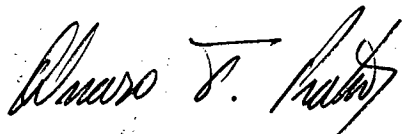


Prof. Rogério T.S. Ferreira, Ph.D.
Co-orientador

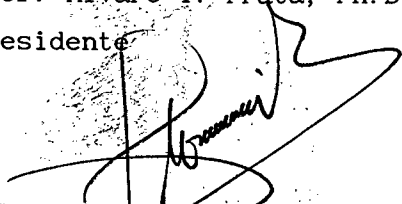


Prof. Berend Snoeijer, Dr.-Ing.
Coordenador do Curso

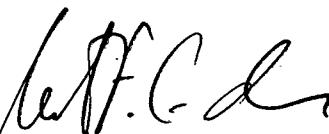
BANCA EXAMINADORA:



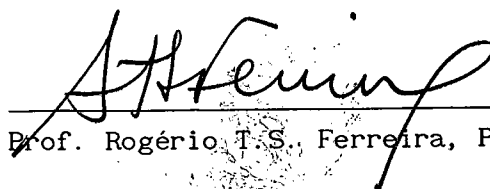
Prof. Álvaro T. Prata, Ph.D.
Presidente



Prof. Clóvis R. Maliska, Ph.D.



Prof. Antônio F.C. Silva, M.Sc.



Prof. Rogério T.S. Ferreira, Ph.D.

À minha mãe, Maria Thereza

AGRADECIMENTOS

Como não poderia deixar de ser, este trabalho não é fruto única e exclusivamente de meu próprio esforço. Houveram inúmeras contribuições externas. Aproveito então este espaço para expressar meu reconhecimento e agradecer a todos que, de alguma forma, contribuíram para dar corpo e forma ao trabalho, tanto direta como indiretamente, tornando mais rico este período de minha vida. Agradeço em especial:

- aos professores Álvaro Prata e Rogério Ferreira, pela orientação prestada e por todo apoio, o qual vem de longa data, antes mesmo de meu ingresso na pós-graduação;
- ao Marcelo Adão, pelo grande auxílio no processamento gráfico dos campos de linhas de corrente e de pressão;
- ao Departamento de Eng. Mecânica e ao Núcleo de Processamento de Dados da UFSC, ao Núcleo de Refrigeração, Ventilação e Ar-Condicionado (NRVA) e a todos os professores e funcionários envolvidos, pela infraestrutura colocada à minha disposição, e à CAPES, pelo apoio financeiro;
- aos amigos Amir, Daniel e Portuga, pelas valiosas discussões;
- à Marisa, pelo amor, carinho e paciência.

ÍNDICE

Resumo, iii

Abstract, iv

Nomenclatura, v

1. INTRODUÇÃO	1
2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	6
2.1 Considerações Preliminares	6
2.2 Equações Governantes	7
2.3 Condições de Contorno	9
3. MÉTODO DE SOLUÇÃO	12
4. VALIDAÇÃO	14
4.1 Comparação com Soluções Analíticas	14
4.1.1 Escoamento a Baixíssimo Re	14
4.1.2 Escoamento Invíscido (potencial)	16
4.2 Discretização do Domínio Computacional	18
4.2.1 Tipo de Discretização	18
4.2.2 Número de Pontos nodais	22
4.3 Critério de Convergência	25
4.4 Condição de Contorno em $R = R_2$	25
4.5 Esquema Temporal	30
4.5.1 Descrição do Problema	31
4.5.2 Condições de Contorno	33
4.5.3 Método de Solução	35
4.5.4 Resultados	37
4.5.5 Análise dos Resultados	42
4.5.6 Análise de Sensibilidade	44

5. DINÂMICA DO ESCOAMENTO	48
5.1 Linhas de Corrente e Isobáricas	50
5.2 Perfis de Pressão Média e de Pressão ao longo dos Discos	55
5.3 Tensão Cisalhante nos Discos	59
5.4 Energia Mecânica	61
5.5 Diagrama de Bifurcação	63
5.6 Transiente entre Soluções Simétrica e Assimétrica	65
6. TRANSFERÊNCIA DE CALOR	68
6.1 Temperatura de Mistura	68
6.2 Número de Nusselt Local nos Discos	71
7. CONCLUSÕES	74
REFERÊNCIAS	77
APÊNDICE A	82

RESUMO

O presente trabalho é uma investigação numérica do escoamento radial, com alimentação radial, entre discos paralelos. O espaçamento entre os discos e o número de Prandtl do fluido foram mantidos constantes, variando-se o número de Reynolds (Re) do escoamento desde zero até 1000.

As soluções numéricas da equação de Navier-Stokes foram estudadas, observando-se que:

- para $Re < 65$ o escoamento é paralelo às paredes do difusor;
- para $Re > 65$ ocorre a separação do escoamento das paredes do difusor, dando origem a regiões de recirculação;
- em $Re \approx 115$, ocorre uma bifurcação, ou seja, para $Re < 115$ existe uma única solução para o problema, enquanto que para $Re > 115$ existem várias soluções.

As várias soluções observadas para $Re > 115$ consistem de uma configuração simétrica em relação ao plano que passa entre os discos, e de duas configurações assimétricas. A partir dos aspectos dinâmicos observados, acredita-se que as configurações assimétricas são estáveis, enquanto que a configuração simétrica, para $Re > 115$, é instável. O decréscimo de energia mecânica média do escoamento, por exemplo, é maior no caso da configuração assimétrica, levando-a a um nível energético mais baixo na saída do difusor.

A análise térmica das diferentes configurações revela que as soluções assimétricas apresentam uma taxa média de transferência de calor maior do que a solução simétrica, para um mesmo Re . Resultados para o número de Nusselt local nas paredes dos discos indicam a presença de máximos e mínimos localizados.

ABSTRACT

This work is a numerical investigation on radial source flow between parallel disks. The gap between the disks and the fluid Prandtl number were kept constant, while the flow Reynolds number (Re) was varied from zero to 1000.

In studying the numerical solutions of the Navier-Stokes equations, it was observed that:

- for $Re < 65$ the flow is parallel to the disks;
- for $Re > 65$ separation is observed, giving rise to regions of recirculating flow;
- at $Re \approx 115$ a bifurcation occurs, i.e., for $Re < 115$ the problem has a single solution, while for $Re > 115$ various solutions occur.

The several solutions observed for $Re > 115$ consist of one symmetric configuration, with relation to the plane that lies in between the disks, and two asymmetric configurations. The dynamical results presented indicate that the asymmetric configurations are stable, while the symmetric one, for $Re > 115$, is unstable. For example, the decreasing of the mean mechanical energy of the flow is higher for the asymmetric configuration, leading to a lower energetic level at the diffuser exit.

A thermal analysis of the different configurations reveals that the asymmetric solutions have a higher mean heat transfer rate than the symmetric solution, for the same Re . The Local Nusselt number curves on the walls, exhibit local maximum and minimum values.

NOMENCLATURA

- B, B^* : Dimensão das faces do obstáculo, adimensional e dimensional, respectivamente. Figura 4.9. $B = 1$.
- C : Número de Courant. $C = U \Delta \tau / \Delta X$.
- C_D : Coeficiente de arrasto, adimensional. Equações (4.18) e (4.19).
- \bar{C}_D : Coeficiente de arrasto médio, adimensional. Equação (4.18).
- C_p : Calor específico a pressão constante do fluido, dimensional.
- CL : Coeficiente de sustentação, adimensional. Equação (4.17).
- E : Energia mecânica média, adimensional. Equação (5.2).
- f : Frequência de oscilação do escoamento, dimensional.
- H : Dimensão transversal do domínio de solução para escoamento ao redor de um obstáculo, adimensional. Figura 4.9.
- k : Condutividade térmica do fluido, dimensional.
- Nu : Número de Nusselt. Equações (6.2).
- p, P : Pressão, dimensional e adimensional, respectivamente.
 Para escoamento radial, $P = p / \rho \bar{v}^2$.
 Para escoamento ao redor de um obstáculo, $P = p / \rho (U_0^*)^2$.
- Pr : Número de Prandtl do fluido. $Pr = C_p \mu / k$.
- r, R : Coordenada radial, dimensional e adimensional, respectivamente. Figura 2.2. $R = r/r_1$.
- Re : Número de Reynolds do escoamento. Equações (2.5) e (4.8).
- Re^+ : Número de Reynolds modificado, no caso do escoamento radial.
 $Re^+ = Re (S/2)^2$.
- REL : Coeficiente de sub-relaxação. Equação (4.20)
- s, S : Espaçamento entre os discos do difusor, dimensional e adimensional, respectivamente. Figura 2.2. $S = s/r_1$.
- St : Número de Strouhal. $St = f B^* / U_0^*$.
- t : Tempo dimensional.
- T : Temperatura dimensional.
- T_e : Temperatura do escoamento radial na entrada do domínio.
 Figura 2.2.
- T_p : Temperatura dos discos do difusor radial. Figura 2.2.

- TOL : Critério de convergência utilizado para se avançar a solução no tempo.
- u, U : Componente da velocidade na direção X, dimensional e adimensional, respectivamente.
 Para escoamento radial, $U = u / \bar{v}$.
 Para escoamento ao redor de um obstáculo, $U = u / U_0^*$.
- U_0, U_0^* : Velocidade longitudinal máxima na entrada do domínio para escoamento ao redor de um obstáculo, adimensional e dimensional, respectivamente. $U_0 = 1$.
- \vec{v}, \vec{V} : Vetor velocidade, dimensional e adimensional, respectivamente.
 Para escoamento radial, $\vec{V} = \vec{v} / \bar{v}$.
 Para escoamento ao redor de um obstáculo, $\vec{V} = \vec{v} / U_0^*$.
- v, V : Componente dimensional e adimensional, respectivamente, da velocidade na direção R, para o escoamento radial, e na direção Y, para escoamento ao redor de um obstáculo.
 Para escoamento radial, $V = v / \bar{v}$.
 Para escoamento ao redor de um obstáculo, $V = v / U_0^*$.
- \bar{v}, \bar{V} : Velocidade radial média, dimensional e adimensional, respectivamente, em $R = 1$. $\bar{V} = 1$.
- x, X : Valor dimensional e adimensional, respectivamente, da coordenada transversal, para escoamento radial, e da coordenada longitudinal, para escoamento ao redor de um obstáculo.
 Para escoamento radial, $X = x / r_1$.
 Para escoamento ao redor de um obstáculo, $X = x / B^*$.
- X_R : Distância da entrada do domínio até a face anterior do obstáculo, adimensional. Figura 4.9.
- X_S : Dimensão longitudinal do domínio de solução, adimensional. Figura 4.9.
- Y : Coordenada transversal para escoamento ao redor de um obstáculo, adimensional. Figura 4.9.

Símbolos gregos

- α : Expoente usado na geração da malha computacional. Equação (4.3).
 Δ : Dimensão elementar ou incremento finito.
 ζ : Função de assimetria. Equação (5.3).
 θ : Temperatura adimensional. $\theta = (T - T_p)/(T_e - T_p)$.
 θ_m : Temperatura de mistura adimensional. Equação (6.1).
 μ : Viscosidade absoluta do fluido, dimensional.
 ρ : Massa específica do fluido, dimensional.
 τ : Tempo adimensional.
 Para escoamento radial, $\tau = \bar{v} t / r_1$.
 Para escoamento ao redor de um obstáculo, $\tau = U_0^* t / B^*$.
 T : Período de oscilação adimensional.
 ψ : Função corrente adimensional.
 Ω : Tensão cisalhante adimensional. Equações (5.1).

Subíndices

- 0 : referente à posição radial de entrada no domínio de solução.
 1 : referente à posição radial do início da região confinada por discos.
 2 : referente à posição radial do final do domínio de solução.
 di : referente ao disco inferior.
 ds : referente ao disco superior.
 ref : valor de referência.
 rms : raiz média quadrática.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O escoamento em difusores radiais, associado ao tema de bifurcação das soluções da equação de Navier-Stokes é muito importante tanto científica como tecnologicamente. O escoamento radial está presente em vários dispositivos utilizados atualmente, entre os quais pode-se citar mancais axiais e válvulas de retenção (usadas em compressores alternativos por exemplo). Existe uma vasta bibliografia sobre o assunto, na qual encontram-se os trabalhos de Ferreira et alli [1] e Raal [2] para escoamentos laminares, e Deschamps et alli [3], Tabatabai e Pollard [4], e Ervin et alli [5] para escoamentos turbulentos, bem como as referências lá citadas.

A bifurcação (entenda-se como mais de uma solução para o mesmo problema) é importante sob a ótica da estabilidade de um escoamento, ou seja, da capacidade do escoamento em manter a sua configuração mesmo quando perturbado de alguma forma. Isto é importante para um melhor entendimento da transição entre os regimes laminar e turbulento de um escoamento, um problema clássico da Mecânica dos Fluidos. Adicionalmente, a estabilidade do escoamento é de fundamental importância para a otimização de processos de transferência de calor em um fluido em movimento, uma vez que a transferência de calor entre uma parede e um fluido escoando paralelamente à mesma é sensivelmente incrementada através da desestabilização do escoamento. Assim, pode-se minimizar alguma variável de interesse (custo, tamanho, peso, etc.) em função da taxa de transferência de calor e da perda de energia associadas ao escoamento. Maiores informações sobre a intensificação da transferência de calor pela desestabilização do escoamento podem ser encontradas em Sparrow e Kalejs [6], Patera e Mikic [7] e Kozlu et alli [8].

Mesmo havendo inúmeros trabalhos sobre instabilidade de escoamentos e outros tantos sobre escoamentos radiais, são muito poucos os que tratam do assunto em conjunto, e, não foi encontrado trabalho algum focalizando a bifurcação espacial em escoamentos radiais, que parece não ter sido percebida até o momento.

A importância de se tratar dos dois assuntos em conjunto vem do

fato da bifurcação* (ou instabilidade) estar intimamente associada à transição entre os regimes laminar e turbulento. No escoamento entre discos paralelos ocorre um acréscimo na área disponível de passagem para o fluido que escoar radialmente. Se o escoamento for predominantemente invíscido, a redução de velocidade associada ao aumento de área implica em um aumento da pressão na direção radial. Este gradiente adverso pode se tornar tão forte que, na presença de atrito com os discos, leva o fluido a se descolar das paredes do difusor dando origem a regiões de recirculação, apesar das paredes dos discos serem planas, ou seja, não contribuírem para uma mudança na direção do escoamento. Aparentemente a separação é o primeiro passo para que o escoamento se torne instável, bifurcando em várias configurações, algumas mesmo não permanentes, constituindo-se todas elas em soluções para o problema. Após a bifurcação, o próximo passo é a turbulência.

Entre os primeiros autores a observar o fenômeno da transição no escoamento entre discos paralelos encontram-se Jackson e Symmons [9], que determinaram experimentalmente o comportamento da pressão com a coordenada radial. As curvas de pressão obtidas mostram claramente que o escoamento pode ser dividido em duas regiões principais: na primeira a pressão cresce na direção do escoamento (efeitos invíscidos predominantes) e na segunda (para raios maiores) ocorre um decaimento logarítmico da pressão em virtude do atrito com as paredes, quando os efeitos viscosos passam a desempenhar o papel mais importante. Jackson e Symmons observaram ainda que nos casos em que o afastamento entre os discos e o número de Reynolds eram mais elevados, o escoamento perdia seu caráter permanente e se tornava dependente do tempo, inclusive com a presença de regiões de recirculação móveis.

Ishizawa [10,11] desenvolveu uma solução em regime permanente em série de potências, a qual previa o aparecimento de regiões de recirculação quando o número de Reynolds ultrapassava um determinado valor crítico. A análise de Ishizawa, entretanto, se restringe a problemas nos quais $s/d \ll 1$, onde s é o afastamento entre os discos e d é o diâmetro interno dos mesmos. Tal restrição advém da utilização das hipóteses da

* É interessante notar que há quem estranhe que um mesmo problema de Mecânica dos Fluidos apresente várias soluções (escoamentos). Note-se que equações bem mais simples do que a de Navier-Stokes, por exemplo um polinômio quadrático, podem apresentar mais de uma solução, e tal fato é encarado com naturalidade.

camada limite (a difusão na direção radial e o gradiente de pressão transversal foram desprezados). Adicionalmente, Ishizawa impôs a condição de escoamento simétrico em relação ao plano médio que separa os discos.

Em uma análise posterior, Raal [2] resolveu as equações completas de Navier-Stokes na forma de função corrente e vorticidade, através do método das diferenças finitas, utilizando as mesmas hipóteses adotadas por Ishizawa, ou seja, regime permanente e escoamento simétrico. A solução assim obtida apresentou escoamento paralelo para um número de Reynolds abaixo de um valor crítico. Acima deste valor crítico do número de Reynolds, surgiam regiões de recirculação. Estas regiões (uma em cada disco) cresciam e se deslocavam a montante (em direção à entrada dos discos) à medida que o número de Reynolds do escoamento crescia.

Mais tarde, Mochizuki e colaboradores [12,13] estudaram experimentalmente o problema térmico associado ao problema hidrodinâmico (fluido entrando a uma temperatura diferente das paredes dos discos) e perceberam que o número de Nusselt local decrescia a partir da entrada até um mínimo, tornava a crescer até um ponto de máximo, o qual se movia a montante com o aumento do número de Reynolds, para então decrescer novamente. Este resultado despertou a curiosidade dos autores, que esperavam encontrar curvas de Nusselt monotonicamente decrescentes. Os autores se utilizaram então de um esquema numérico para resolver o problema hidrodinâmico com as equações completas em formulação de função corrente e vorticidade. Desta feita, não foram utilizadas hipóteses de simetria (em relação ao plano médio que separa os discos) e de regime permanente. Com base nos resultados obtidos os autores afirmam, categoricamente, que o fenômeno da separação é instável, ou seja, afirmam que se a solução apresentar regiões de recirculação, esta é de caráter não-permanente, contrariamente ao observado por Raal. No caso, as regiões de recirculação se desenvolviam em uma esteira de vórtices, que caminham ao longo dos discos até colapsarem em uma posição a jusante no escoamento.

A esta altura é importante referenciar o trabalho de Sobey e Drazin [14] que, apesar de estudar o escoamento em uma geometria diferente do difusor radial, tem muito a acrescentar sobre a contradição aparentemente encontrada entre Raal, e Mochizuki e coautores. Sobey e Drazin estudaram, numérica e experimentalmente, o escoamento entre duas placas na presença de uma expansão suave. A semelhança com o presente estudo vem do fato de que Sobey e Drazin conseguiram, com uma geometria simétrica, obter soluções não simétricas. É mostrado inequivocamente no

seu trabalho que à medida que o número de Reynolds (Re) aumenta, o escoamento atinge pontos de bifurcação espaciais ou temporais, dependendo de Re e da razão de expansão d/D , onde d é o espaçamento entre as placas antes da expansão e D após a expansão. Sobey e Drazin mostram que, para uma dada razão de expansão, o escoamento solução passa pelas seguintes etapas: inicialmente, a solução permanece única até que Re atinja um valor crítico, quando então a solução se bifurca em três configurações, duas estáveis e outra instável (entenda-se como solução estável aquela que é insensível a perturbações impostas ao escoamento). Aumentando-se Re ainda mais, chega-se a novas bifurcações, resultando novas soluções estáveis e instáveis, até que acima de um determinado valor, o escoamento bifurca em configurações permanente e não-permanente (bifurcação de Hopf). É importante observar que a instabilidade do escoamento não implica em uma solução não-permanente, já que para Re baixo, as soluções encontradas após um ponto de bifurcação continuam a ser permanentes. Como demonstrado através de uma visualização experimental do escoamento, existe uma solução assimétrica permanente após a primeira bifurcação. Assim, a instabilidade de um escoamento é caracterizada pelo fato das soluções serem sensíveis a perturbações, ou seja, as mesmas não são amortecidas e promovem uma mudança na configuração do escoamento (em direção a uma configuração estável).

A transferência de calor no escoamento radial foi estudada por Todescat [15] e Pilichi [16], os quais apresentam resultados inesperados para a distribuição do número de Nusselt em função do número de Reynolds (Todescat) e em função da coordenada radial (Pilichi), gerando a expectativa de se encontrar bifurcações, espaciais ou temporais, nestes escoamentos. Todescat verificou que a distribuição do número de Nusselt médio, obtido experimentalmente, aumentava abruptamente acima de um certo valor do número de Reynolds, não concordando com os resultados numéricos, os quais subestimavam o valor encontrado experimentalmente. Pilichi determinou experimentalmente a distribuição do número de Nusselt local em função da coordenada radial e verificou novamente que os resultados numéricos subestimavam os valores experimentais, para um número de Reynolds acima de um valor crítico. Tal fato ainda carece de uma explicação definitiva, e foi um dos agentes motivadores do presente trabalho.

O interesse aqui é o de investigar numericamente o escoamento radial entre discos paralelos concêntricos, considerando a possibilidade

de ocorrerem bifurcações e a sua influência sobre a taxa de transferência de calor entre o fluido e os discos. Pretende-se desta forma contribuir para aumentar o entendimento dos mecanismos associados à separação e estabilidade do escoamento em tais geometrias.

Não foi detectada, no presente trabalho, bifurcação temporal (solução não-permanente) nos escoamentos radiais, apesar de não ter sido feita restrição alguma quanto ao caráter da solução, se permanente ou não. Quanto a isso, cabe ressaltar que o esquema numérico foi testado em outras situações sabidamente não-permanentes, apresentando resultados muito bons quando comparados aos já apresentados por diversos autores, como por exemplo, Okajima [17] e Davis et alli [18] em seus trabalhos com escoamento ao redor de obstáculos.

CAPÍTULO 2

DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

2.1 Considerações Preliminares

Na figura 2.1 é mostrada a situação física correspondente ao problema investigado. O escoamento na região confinada pelos discos, motivo do presente trabalho, é alimentado axialmente pelas canalizações que levam fluido ao centro de ambos discos. Estas canalizações fornecem vazões iguais e opostas, de forma que a alimentação é suposta simétrica em relação ao plano médio de separação dos discos. Quando as duas correntes se encontram o escoamento muda de direção, tornando-se radial, e ingressa na região limitada pelos discos. Esta mudança de direção é feita de forma bastante suave, através do emprego de um raio de arredondamento na junção entre os discos e a canalização axial de alimentação.

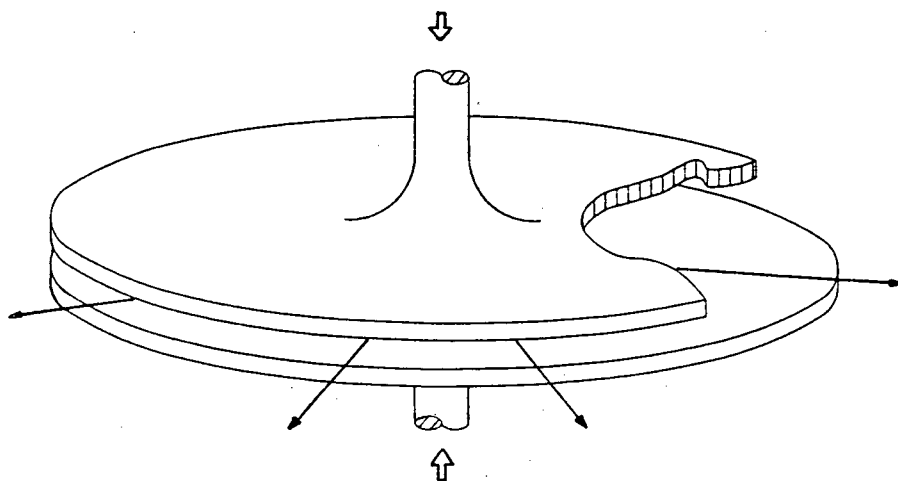


Figura 2.1 Problema físico a ser investigado.

Neste trabalho, a situação física apresentada será modelada como um escoamento puramente radial, com alimentação radial, como mostrado na figura 2.2. Segundo Raal [2], a simplificação se justifica caso o raio de arredondamento seja feito suficientemente grande. Neste caso, a mudança de direção do escoamento não implica na ocorrência de separação e/ou oscilação da camada viscosa, que poderiam surgir se a mudança de direção

fosse brusca. Assim, após a mudança suave e gradual, espera-se que o escoamento esteja o mais plano possível junto à entrada dos discos.

Esta aproximação é muito usada no estudo da região de entrada do escoamento entre placas paralelas (ver por exemplo, Van Dyke [19] e Wilson [20]). Nesse caso, os autores modelam a alimentação como sendo puramente axial. A argumentação utilizada para justificar a simplificação é a mesma acima, ou seja, a aproximação é válida caso o raio de arredondamento que antecede a região de entrada seja suficientemente grande. Desta forma o perfil de velocidades junto à entrada da região de interesse é plano.

Raal [2], e posteriormente Mochizuki e Yang [13] usaram esta modelagem na região de entrada de difusores radiais sendo que os últimos obtiveram experimentalmente o perfil de velocidades na entrada dos discos. Corroborando a expectativa, este perfil se mostrou quase plano, desviando apenas em função da condição de não deslizamento nas paredes dos discos.

2.2 Equações Governantes

A geometria a ser investigada, levando em conta a simplificação exposta no item anterior, é apresentada na figura 2.2. São mostradas na figura as coordenadas transversal e radial, x e r , respectivamente, e o afastamento entre os discos, s .

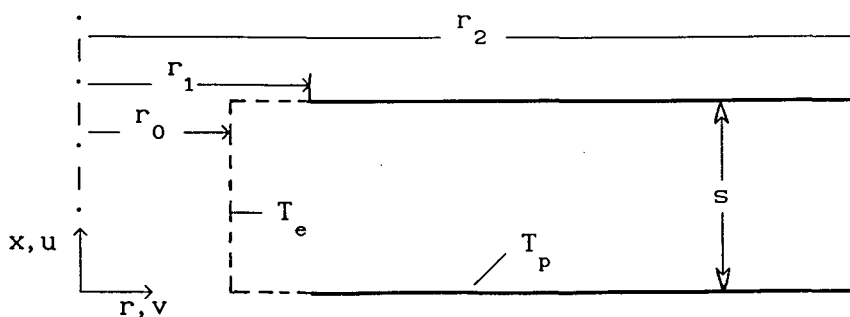


Figura 2.2 Geometria investigada.

O escoamento ocorre radialmente a partir de $r = r_0$, encontra os discos em $r = r_1$, e procede até a saída do difusor em $r = r_2$. Na entrada, em $r = r_0$, a temperatura é uniforme, T_e . A partir daí o fluido troca calor com os discos que estão a uma temperatura constante, T_p . O escoamento é considerado axissimétrico e as propriedades são assumidas constantes. Na ausência de forças de campo, e desprezando a dissipação viscosa, o movimento e as trocas de energia são descritos pelas seguintes equações,

- Continuidade

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.1)$$

- Conservação da Quantidade de Movimento Linear

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} \quad (2.2)$$

- Conservação da Energia

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \vec{v} \cdot \nabla T = + k \nabla^2 T \quad (2.3)$$

onde \vec{v} é o vetor velocidade cujas componentes transversal e radial são u e v , respectivamente, p é a pressão, T é a temperatura, ρ é a densidade, μ é a viscosidade, C_p é o calor específico, k é a condutividade térmica, t é o tempo e ∇ é o operador "nabla" em coordenadas cilíndricas.

Em termos adimensionais, as equações podem ser reescritas como,

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial \tau} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v} \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \theta = + \frac{1}{RePr} \nabla^2 \theta$$

onde as seguintes adimensionalizações foram adotadas,

$$\vec{v} = \frac{\vec{v}}{\bar{v}}, \quad P = \frac{p}{\rho \bar{v}^2}, \quad \tau = \frac{\bar{v} t}{r_1}, \quad \theta = \frac{T - T_p}{T_e - T_p}, \quad \bar{v} = \frac{v}{r_1} \quad (2.5)$$

$$Re = \frac{\rho \bar{v} r_1}{\mu}, \quad Pr = \frac{C_p \mu}{k}$$

sendo que \bar{v} é a velocidade radial média em R_1 , Re é o número de Reynolds do escoamento e Pr é o número de Prandtl do fluido.

2.3 Condições de Contorno

As equações 2.4 são válidas em todo interior do domínio e estão sujeitas a condições de contorno nas fronteiras do mesmo, indicadas na figura 2.3 e apresentadas na seqüência.

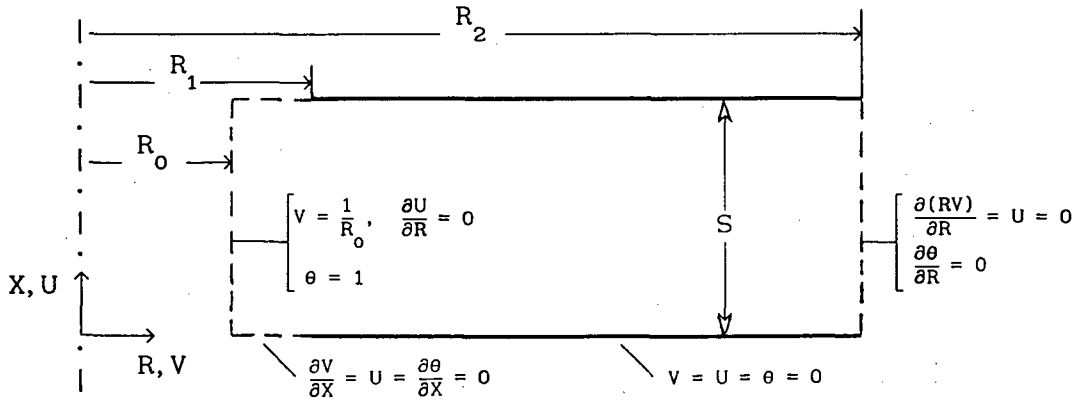


Figura 2.3 Condições de contorno aplicadas no problema.

Segundo Raal [2], para reproduzir o mais fielmente possível as condições na entrada dos discos, deve ser imposta a condição de escoamento irrotacional com perfil plano de velocidades e temperatura em uma posição $r_0 < r_1$, a montante da entrada dos discos. Assim, para $R_0 = r_0/r_1$,

$$V(X) = \frac{1}{R_0} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial R} = \theta = 0$$

onde U e V são as componentes transversal e radial da velocidade adimensionalizadas por \bar{v} , e X e R são as coordenadas transversal e radial adimensionalizadas por r_1 , respectivamente.

Computacionalmente R_0 é escolhido de forma que os efeitos elípticos, associados à presença dos discos, não sejam sentidos nesta posição. No presente trabalho fez-se $R_0 = 2/3$ a exemplo do valor adotado por Raal [2].

A condição acima implica que o escoamento na entrada do domínio flui em direção a uma cascata de infinitos discos paralelos. Apesar de estranha à primeira vista, esta condição está de acordo com o exposto por

Wilson [20] e Raal [2]. Estes afirmam que tal condição é muito mais coerente do ponto de vista físico do que se impor um perfil plano de velocidades e temperaturas diretamente na entrada dos discos, uma vez que possibilita a difusão de quantidade de movimento e energia a montante dos discos. O fluido é então retardado e aquecido antes de chegar às placas através de efeitos elípticos. Desta forma, a singularidade associada ao início dos discos deixa de afetar a solução numérica, o que ocorre no caso de se impor o perfil diretamente na entrada dos discos. Neste caso a velocidade (ou a temperatura) seria nula nos mesmos e teria um valor constante, diferente de zero, em qualquer outro ponto da entrada. Isso implicaria no fato da derivada primeira não ser contínua nesses pontos.

Em $X = 0$ e $X = S$ ($S = s/r_1$), as condições de contorno impostas dependem da posição R . Para $R_0 \leq R < R_1$,

$$\frac{\partial V}{\partial X} = U = \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (2.7)$$

e para $R \geq R_1$,

$$V = U = \theta = 0 \quad (2.8)$$

É importante ressaltar que as condições (2.7) e (2.8) não forçam o escoamento a ser simétrico, o que aconteceria se fosse imposta uma condição de simetria no plano $X = S/2$, com o intuito de diminuir o domínio computacional. A evidente simetria do problema leva o pesquisador menos atento a adotar a condição de simetria, como fez Raal [2]. Dessa maneira, entretanto, as soluções não simétricas ficam prejudicadas, uma vez que são excluídas a priori.

Para determinar a condição de contorno na saída do difusor há que se considerar que a intenção deste trabalho é investigar o escoamento independentemente da mesma. A princípio, a condição deveria ser de escoamento parabólico para $R \rightarrow \infty$. Como numericamente não é viável estender-se em demasia o domínio computacional, trunca-se o mesmo em uma posição $R = R_2$. Tal posição deve estar tão longe quanto possível da entrada, de forma a afetar o mínimo possível o escoamento a montante da saída.

Como não se tem informação alguma sobre a forma correta do perfil de velocidades na posição R_2 , impõe-se a condição de escoamento

localmente parabólico. Espera-se que esta distorça o mínimo possível o escoamento a montante de R_2 . Na secção 4.4 tal condição será elaborada com maior profundidade. Assim, para $R = R_2$

$$\frac{\partial(RV)}{\partial R} = U = \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad (2.9)$$

A condição de $U = 0$ decorre diretamente da aplicação da equação da continuidade em $R = R_2$. Para $\partial(RV)/\partial R = 0$, tem-se (pela continuidade) que $\partial U/\partial X = 0$. Integrando em relação a X , descobre-se que U é constante ao longo da seção transversal. Como $U = 0$ nas paredes, então U deve ser nulo ao longo de toda seção transversal em R_2 .

Ainda com relação à condição na saída, tem-se que para números de Reynolds inferiores a 300 inclusive, utilizou-se $R_2 = 20$. Caso o número de Reynolds estudado fosse superior a 300, utilizava-se $R_2 = 30$.

Como condição inicial utilizava-se alguma solução já convergida. Assim, por exemplo, para obter-se o escoamento solução para $Re = 300$, utilizou-se a solução de $Re = 200$ como campo inicial no processo transiente.

Ishizawa [11,12] argumenta que para $S \ll 1$, as hipóteses de camada limite se aplicam, ou seja, a difusão na direção radial e o gradiente de pressão transversal podem ser desprezados. Neste caso apenas um parâmetro é importante para determinar a solução do escoamento. Esse parâmetro é o número de Reynolds modificado definido como

$$Re^+ = Re \left[\frac{S}{2} \right]^2, \quad \text{onde } S = \frac{S}{r_1} \quad (2.10)$$

Mochizuki e colaboradores [12,13] se aproveitam disso e usam o número de Reynolds modificado como parâmetro único, argumentando que S é bem menor que 1 no seu trabalho.

Apesar de algumas variáveis definidas em seu trabalho apresentarem-se como função unicamente de Re^+ , olhando-se com atenção os resultados apresentados em [12,13] verifica-se que são dois os parâmetros importantes, Re^+ e S .

Em função disso, neste trabalho os resultados serão apresentados em função de Re e S para a parte hidrodinâmica e Re , S e Pr quando a parte térmica também estiver envolvida.

CAPÍTULO 3

MÉTODO DE SOLUÇÃO

As equações diferenciais do problema (2.4) foram resolvidas numericamente pelo método dos volumes finitos conforme esquema adotado por Patankar [21]. Tal metodologia tem sido muito empregada na solução de problemas de transferência de calor e escoamento de fluidos. Em essência, o domínio de solução é dividido em pequenos volumes de controle não sobrepostos ao longo dos quais as equações do problema são integradas, fornecendo um conjunto de equações algébricas. Para a solução deste conjunto de equações adotou-se o método linha por linha, que é uma combinação do algoritmo de Thomas com Gauss-Seidel [21]. Para acelerar a convergência do método fez-se uso do algoritmo de correção em bloco de Settari e Aziz [22].

Algumas particularidades do método são [21]:

- utilização de uma malha desencontrada para as variáveis U , V e P ;
- esquema de 5 pontos, ou seja, relaciona-se um volume central aos seus vizinhos laterais esquerdo e direito, superior e inferior;
- fluxo das variáveis U , V e θ através das interfaces do volume central avaliado por meio do esquema "Power Law";
- integração no tempo feita através de um esquema totalmente implícito;
- acoplamento pressão-velocidade tratado através do esquema SIMPLE que neste caso apresentou uma taxa de convergência tão boa quanto a do SIMPLER, que foi então preterido em virtude de sua maior complexidade.

Os resultados obtidos são extremamente sensíveis ao tipo de malha computacional utilizada. Esta deve ser disposta de forma a capturar as recirculações e os fortes gradientes de velocidade e pressão que ocorrem no escoamento. Dentre as opções testadas, a que se mostrou mais adequada foi uma malha uniforme na direção transversal (X) e variável na

direção radial (R) de acordo com uma lei de potência com expoente igual a 1,5.

O número de pontos nodais em cada direção foi escolhido de forma que o padrão de linhas de corrente do escoamento não sofresse uma modificação significativa no caso de se aumentar o mesmo. Isto foi feito respeitando-se o compromisso que há entre erro numérico e tempo computacional. Para valores de Re iguais ou inferiores a trezentos foi utilizada uma malha de 70×70 pontos nodais. Para valores de Re maiores do que trezentos utilizou-se uma malha de 70×105 pontos nodais nas direções transversal e radial, respectivamente. O aumento do número de pontos nodais na direção radial é devido à expansão do domínio computacional nesses casos. Desta forma, o grau de refino da malha computacional não é afetado pela expansão do domínio.

O intervalo de tempo utilizado variou de acordo com o tipo de solução que se estava procurando: periódica ou estacionária. No caso de se buscar uma solução estacionária, fez-se o intervalo de tempo tender a infinito, de modo a reduzir o tempo computacional. Já na procura de soluções periódicas empregaram-se intervalos de tempo adimensionais variando entre 10^{-2} e 10^{-3} unidades de tempo, valor adotado por Mochizuki e Yang [13]. É importante frisar que aqui não houve interesse em estudar estágios intermediários do escoamento, ou seja, antes de atingir regime periódico ou estacionário.

Em todos os casos a solução numérica era dada como convergida quando o maior erro na conservação da massa adimensional em qualquer volume de controle fosse igual ou menor a 10^{-11} . Isto vale tanto para a convergência em cada intervalo de tempo quanto para uma solução em regime permanente.

O sistema de equações foi resolvido com o auxílio de um computador IBM-3090. Em geral o tempo de CPU gasto para que uma solução estacionária fosse dada como convergida variou entre 5 e 30 minutos. Os maiores tempos estão normalmente associados a números de Reynolds mais elevados.

CAPÍTULO 4

VALIDAÇÃO

Serão apresentados neste capítulo diversos testes com a metodologia de solução, malha e critério de convergência, de modo que se tenha um razoável grau de confiança nos resultados obtidos com o programa computacional.

Os testes com o esquema temporal serão os últimos a serem apresentados, uma vez que estes foram feitos para uma geometria diferente da geometria do difusor radial.

4.1 Comparação com soluções analíticas

O interesse aqui é verificar o comportamento do esquema numérico para dois casos limites: escoamento a baixíssimo número de Reynolds (Re) e escoamento invíscido. Aceita-se assim que se o esquema produzir bons resultados para estes dois casos, também produzirá para situações intermediárias, com Re moderados, visto que a discretização dos termos de inércia, de pressão e viscosos estará sendo bem feita.

No apêndice A são deduzidas expressões para a velocidade radial e pressão nos casos citados. A velocidade transversal é nula nesses casos, pois o problema é considerado unidimensional.

Os resultados numéricos foram obtidos utilizando-se a mesma malha empregada no decorrer do trabalho, ou seja, 70×70 pontos nodais. O espaçamento adimensional entre os discos foi feito igual a 2 e as posições de início e fim do domínio computacional iguais a 1 e 20, respectivamente.

4.1.1 Escoamento a baixíssimo Re

As expressões para a velocidade radial e pressão são respectivamente (ver apêndice A):

- velocidade radial

$$V = - \frac{6}{R} \left[\frac{X^2 - SX}{S^2} \right] \quad (A.10)$$

- pressão

$$P - P_{\text{ref}} = - \frac{12}{\text{Re } S^2} \ln \left(\frac{R}{R_{\text{ref}}} \right) \quad (\text{A.11})$$

onde R_{ref} e P_{ref} são a posição de referência e sua respectiva pressão.

Constata-se que as expressões analíticas prevêem um perfil parabólico para a velocidade radial, com amplitude proporcional ao inverso do raio. Ocorre também um decaimento logarítmico da pressão com a coordenada radial.

A solução numérica foi obtida com as seguintes condições de contorno: $U = 0$ em todas as fronteiras do domínio e $V = 0$ ao longo das superfícies dos dois discos (foi eliminada a pequena região a montante dos discos, $R_0 \leq R \leq R_1$, na qual o escoamento deslizava ao longo das fronteiras $X = 0$ e $X = S$). Em R_1 e R_2 foi imposto um perfil parabólico para a velocidade radial de acordo com (A.10). Os resultados são apresentados na figura 4.1.

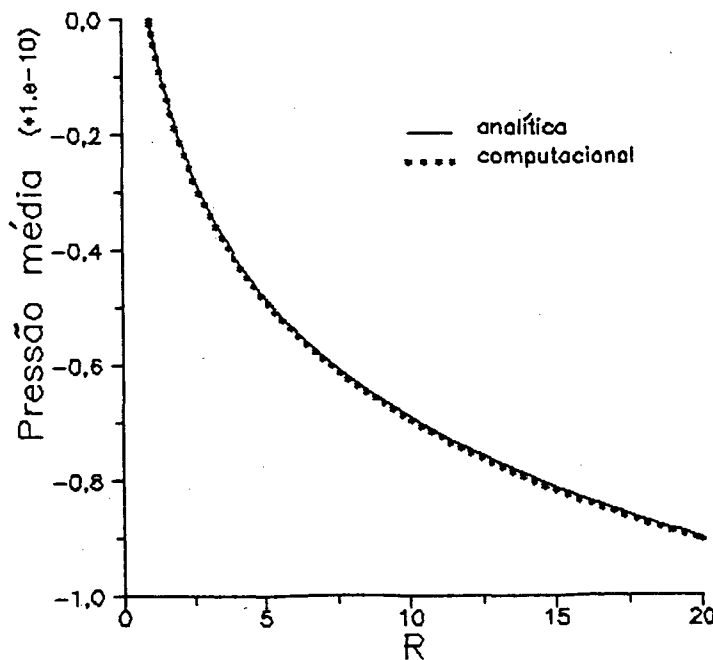


Figura 4.1 - Curvas de pressão analítica e computacional para escoamento viscoso, $\text{Re} = 10^{-9}$.

Na figura é plotada a pressão em função da coordenada radial de

acordo com a expressão (A.11), linha cheia, e os resultados obtidos com o programa computacional (pontos). Os pontos numéricos correspondem à pressão média na seção que, entretanto, é igual às pressões locais na mesma seção, já que para este caso a pressão é função somente de R . A posição R_{ref} foi feita igual a 1 e o respectivo valor de P_{ref} igual a zero. Os resultados foram obtidos para $Re = 10^{-9}$.

A figura 4.1 mostra uma boa concordância entre os resultados numérico e analítico para essa classe de escoamentos.

4.1.2 Escoamento invíscido (potencial)

No escoamento invíscido as seguintes expressões são válidas para a velocidade radial e pressão:

- velocidade radial

$$V = \frac{1}{R} \quad (A.13)$$

- pressão

$$P - P_{ref} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{R_{ref}^2} - \frac{1}{R^2} \right] \quad (A.15)$$

A solução analítica prevê que a velocidade radial é proporcional ao inverso da posição radial e a pressão ao quadrado do inverso da mesma.

Para obter-se a solução numérica fez-se $U = 0$ em todo o domínio, a exemplo da solução anterior para escoamento viscoso. Para a velocidade V foi imposta a condição de deslizamento em ambos os discos. Nas fronteiras radiais fez-se: para $R = R_1 = 1$, $V = 1$ e para $R = R_2$, $\partial(VR)/\partial R = 0$ (condição de escoamento parabólico). Além disso fez-se o número de Reynolds tender a infinito.

Na figura 4.2 pode-se observar as curvas analítica (linha cheia) e computacional (pontos), que indicam a variação da pressão ao longo da coordenada radial. Como na solução do escoamento viscoso, fez-se $P_{ref} = 0$ em $R_{ref} = 1$. Observa-se na figura que o comportamento das duas curvas é muito semelhante, a menos de uma pequena diferença (da ordem de 4%) para raios maiores do que 5. Conclui-se que o algoritmo modela bem os termos não viscosos da equação de Navier-Stokes, ressaltando-se o fato de que a

recuperação de pressão não é completa, ou seja, o programa não é conservativo em se tratando de energia mecânica.

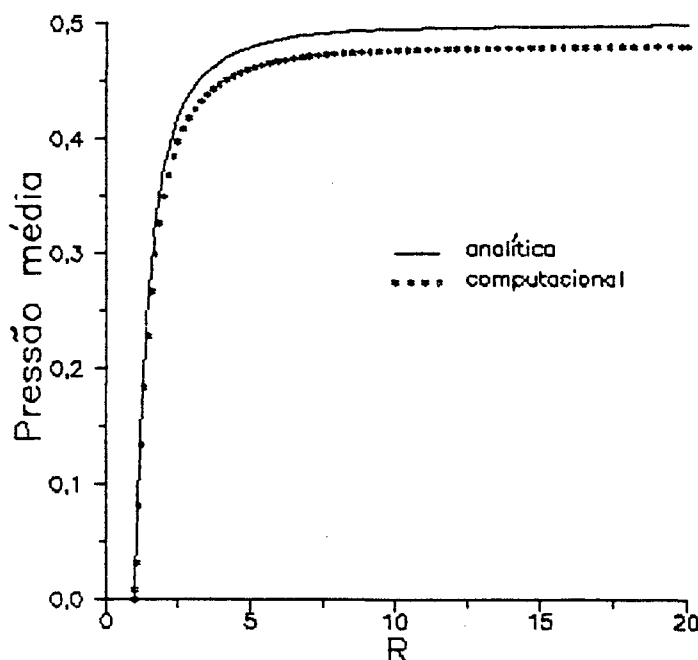


Figura 4.2 - Curvas de pressão analítica e computacional para escoamento invíscido, $Re \rightarrow \infty$.

Uma parcela do erro é resultado do esquema "Power-Law", utilizado na avaliação dos fluxos nas fronteiras dos volumes de controle. No caso do escoamento potencial, o esquema se reduz ao esquema UDS, sendo as velocidades nas faces dos volumes de controle, admitidas como sendo iguais às dos volumes a montante. Não se leva em conta o decaimento da velocidade na direção radial. Outras duas fontes de erro foram mostradas por Silva [23]. Uma consiste da extrapolação linear feita no cálculo das pressões nas fronteiras radiais do domínio. A extrapolação deveria ser feita de acordo com a expressão " $A_1 + A_2/R^2$ ", própria do escoamento potencial radial. O outro erro advém da integração do termo de pressão na equação da conservação de quantidade de movimento. Como mostrado por Silva, a aproximação conforme é utilizada,

$$\int_{R_{\text{face sul}}}^{R_{\text{face norte}}} R \frac{\partial P}{\partial R} dR \approx R(P_{R_{\text{face norte}}} - P_{R_{\text{face sul}}}) \quad (4.1)$$

não avalia corretamente o gradiente de pressão existente entre as duas faces do volume de controle ao longo do qual é feita a integração. Note-se que tais imprecisões diminuem com o refino da malha computacional.

4.2 Discretização do domínio computacional

A fim de otimizar a malha computacional que discretiza o domínio, obtendo uma boa representação do fenômeno sem utilizar um número excessivo de pontos nodais em cada direção, foram feitos dois tipos de teste. O primeiro se refere ao tipo de malha escolhida, se uniforme ou não, e o segundo ao número de pontos nodais utilizado.

Como o interesse maior deste trabalho é investigar o comportamento qualitativo do escoamento, a definição sobre os dois parâmetros (tipo de malha e número de pontos nodais) é feita com base em uma boa representação dos campos de linha de corrente, e das curvas de evolução da pressão média nas seções transversais com o raio. Em outras palavras, a combinação dos dois parâmetros que fornecer a melhor representação do escoamento sem comprometer o tempo computacional requerido, será a escolhida.

4.2.1 Tipo de discretização

Para subdividir o domínio computacional em pequenos volumes de controle, foram testados basicamente três diferentes esquemas de geração automática para a malha:

- i) uniformemente espaçada na direção transversal (X) e uniformemente espaçada na coordenada transformada η , onde

$$\eta = 1 - \frac{1}{R} \quad (4.2)$$

- ii) uniformemente espaçada nas direções transversal (X) e radial (R)

- iii) uniformemente espaçada na direção transversal (X) e variando exponencialmente ao longo da direção radial (R) através de um expoente α na forma

$$Y = (R_2 - R_0) \left[\frac{J-2}{NP_r - 2} \right]^\alpha ; J = 2, NP_r \quad (4.3)$$

onde NP_r representa o número de pontos utilizado na direção radial. Para valores de α maiores que 1, a malha fica mais concentrada junto à entrada do domínio (R baixo).

As figuras 4.3 a) a d) mostram os campos de linhas de corrente para 4 malhas diferentes. O número de Reynolds em todas é 300. O espaçamento S entre os discos é igual a 2. Todas as figuras são de soluções estacionárias e representam um corte perpendicular aos discos passando pelo ponto central dos mesmos ($R = 0$). Apenas uma metade do corte é exposta uma vez que o escoamento é axissimétrico. Nas figuras o escoamento se dá da esquerda (R_0) para a direita (R_2).

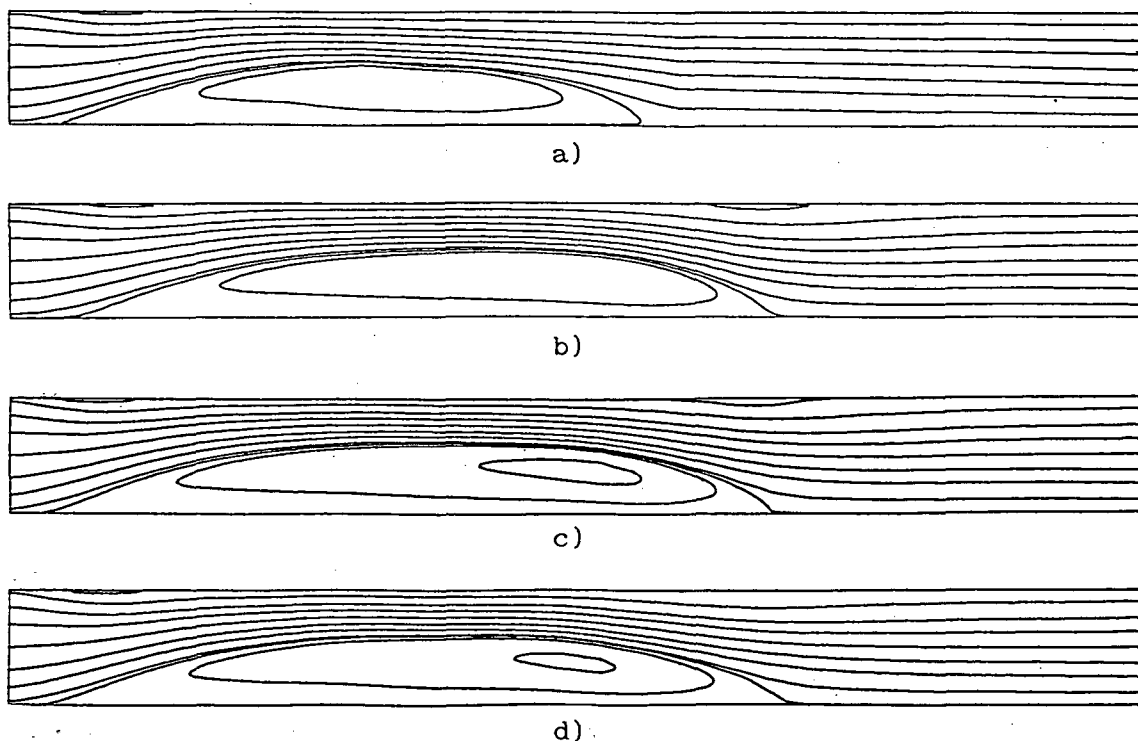


Figura 4.3 - Linhas de corrente para malhas distintas

As figuras 4.3 a), b), c) e d) correspondem respectivamente às malhas do tipo (i), tipo (ii), tipo (iii) com expoente $\alpha = 1,5$ e tipo (iii) com $\alpha = 2,0$. A todas elas corresponderam 50×46 pontos nodais nas direções X e R, nessa ordem.

Todas as malhas parecem representar bem o escoamento junto à entrada dos discos, sendo a forma e tamanho das regiões de recirculação muito semelhantes. A maior diferença entre as malhas se situa na região próxima ao fim da região de recirculação grande situada no disco inferior. Nesta posição radial, junto ao disco superior, existe uma terceira região de recirculação que só é captada pelas malhas b) e c). As outras duas malhas são demasiadamente grosseiras na região para captar esta terceira região de recirculação.

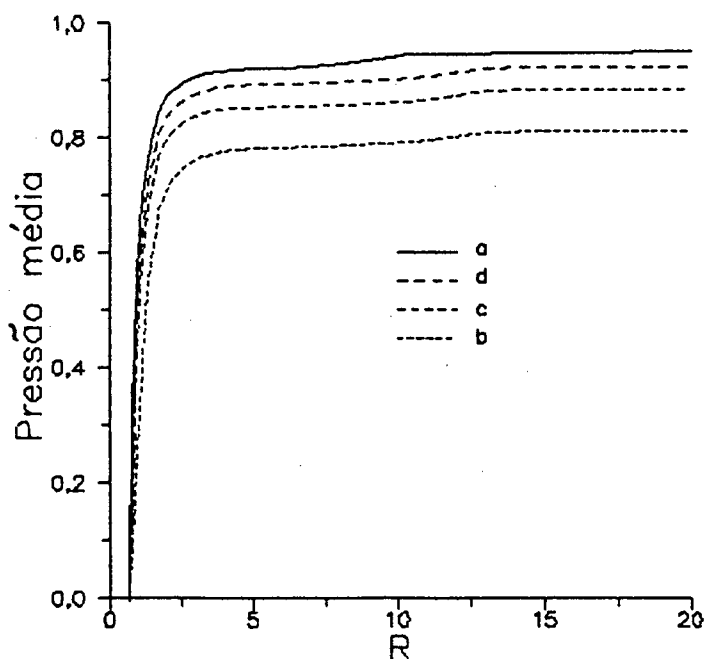


Figura 4.4 - Curvas de pressão média transversal para diferentes malhas

Integrando-se a pressão em cada seção transversal, obtém-se uma curva para a pressão média em função da coordenada radial. Na figura 4.4 são apresentadas as curvas correspondentes às diferentes malhas da figura 4.3. Nessas curvas a pressão sobe de um valor de referência igual a zero na entrada (R_0) até um valor em torno de 0,9 na saída do difusor, caracterizando um escoamento predominantemente invíscido. Apesar da diferença sensível no valor do patamar final alcançado pela pressão média

(em R_2), as curvas são todas paralelas entre si. Se as pressões fossem referenciadas em relação à pressão na saída do difusor, as curvas ficariam sobrepostas. A diferença só apareceria na entrada do difusor. Dito isso fica evidente que a forma da curva de pressão é a mesma para todas as malhas, sendo que a diferença se dá na recuperação da pressão. As malhas mais refinadas junto à origem (a e d) são as mais eficientes em capturar esse forte gradiente adverso de pressão na entrada. Apesar deste escoamento não ser invíscido, as diferenças associadas às curvas da figura 4.4 devem ocorrer pelas mesmas razões apontadas para as diferenças existentes na figura 4.2 (escoamento potencial).

A partir desses resultados (linhas de corrente e curvas de pressão média), constatou-se que as malhas do tipo (i) e (iii) com $\alpha = 2,0$ (curvas "a" e "d", respectivamente), por serem mais refinadas junto à entrada, conseguem reproduzir melhor a curva de pressão média. Entretanto, seu resultado para o campo de linhas de corrente é ruim, pois são malhas grosseiras para R grande. A malha (ii) (curva "b"), por outro lado, consegue captar bem as recirculações em todo o domínio. Todavia, sua recuperação de pressão é sofrível, pois é muito grosseira junto à entrada. Optou-se então pela malha do tipo (iii) com $\alpha = 1,5$ (curva "c"), que foi a que conseguiu resultados bons tanto para as linhas de corrente quanto para as curvas de pressão média.

Em todos os casos investigados, a distribuição de pontos nodais ao longo da direção transversal foi mantida uniforme. Nos casos em que se procuravam soluções periódicas fez-se, excepcionalmente em algumas tentativas, uso de uma distribuição assimétrica de pontos nodais na direção transversal. Para $0 < X < S/2$, os pontos eram distribuídos uniformemente. Para $S/2 < X < S$, os pontos nodais eram distribuídos segundo uma lei exponencial com forma semelhante à equação (4.3).

Mochizuki e Yang [13] (escoamento radial), Fromm e Harlow [24] e Thomann e Szewczyk [25] (escoamento ao redor de um obstáculo) trazem à tona os problemas encontrados com a simulação de escoamentos periódicos no caso de problemas simétricos (geometria, condições de contorno e condição inicial), utilizando esquemas numéricos e malhas simétricas. Estes autores verificaram que o tempo (numérico) requerido para que as suas respectivas soluções perdessem o caráter simétrico e passassem a ser periódicas era excessivamente grande, muito maior do que o que seria fisicamente esperado. No caso, a perda de simetria do escoamento só ocorria quando os erros de truncamento (associados ao computador) se tornavam grandes o

suficiente para perturbar a solução.

A malha assimétrica foi testada, no presente trabalho, com o intuito de quebrar a simetria existente no esquema numérico, reduzindo o tempo (numérico) para a transição entre a solução simétrica e a solução assimétrica procurada (periódica). Intuitivamente, tem-se a impressão de que a malha assimétrica é uma maneira de se perturbar a solução ao longo de toda a simulação numérica. Esta é uma maneira bem mais consistente do ponto de vista físico (para perturbar a solução e reduzir o tempo da transição) do que os métodos adotados por Mochizuki e Yang, Fromm e Harlow e Thomann e Szewczyk. A técnica escolhida por estes autores para a quebra do padrão de simetria é a da perturbação da solução através da quebra da simetria do problema. Assim, Mochizuki e Yang impuseram a condição de deslizamento em um dos dois discos (que compõem o difusor radial) durante um determinado intervalo de tempo. Fromm e Harlow (no estudo do escoamento ao redor de um obstáculo) artificialmente aumentaram a vorticidade em uma parte do domínio computacional e Thoman e Szewczyk (problema semelhante ao de Fromm e Harlow) forneceram uma certa velocidade angular ao obstáculo, durante um intervalo de tempo finito.

No presente estudo, as soluções assimétricas foram obtidas, de uma maneira geral, através de perturbações introduzidas no escoamento descrito através de uma malha simétrica. A malha assimétrica, no entanto, se constitui em uma alternativa que merece ser explorada com maior profundidade.

4.2.2 Número de pontos nodais

Após definir a malha (iii), com $\alpha = 1,5$, como a que doravante será utilizada, resta definir o número de pontos nodais nas direções X e R. Estes deverão ser tais que as soluções a serem obtidas sejam independentes da malha, se não quantitativamente ao menos qualitativamente.

A malha utilizada no decorrer deste trabalho tem 70×70 pontos nodais nos casos em que $Re \leq 300$ e 70×105 (nas direções transversal e radial, respectivamente) nos casos em que $Re > 300$. A fim de verificar a independência dos resultados obtidos com relação à malha, foram feitos testes com malhas mais refinadas.

Nas figuras 4.5 a) e b) são mostradas as linhas de corrente correspondentes à solução, em regime permanente, de um escoamento com

$Re = 300$ e $S = 2$. Analogamente às figuras 4.3, o sentido do escoamento é da esquerda para a direita. A figura 4.5 a) corresponde à malha de 70×70 pontos nodais e a figura 4.5 b) a uma malha de 140×140 pontos nodais. Os mesmos valores das funções correntes Ψ utilizados nas curvas da figura 4.5 a) foram utilizados para traçar as curvas da figura 4.5 b). A comparação visual entre as duas figuras não mostra diferenças marcantes (excetuando-se o crescimento da recirculação junto à parede superior, lado direito), donde acredita-se que os resultados já estejam razoavelmente independentes da malha.

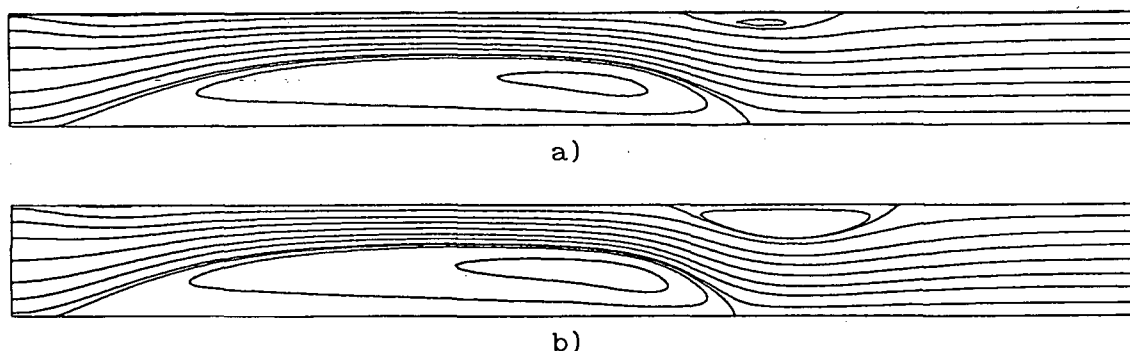


Figura 4.5 - Linhas de corrente para malhas distintas

Agora, a exemplo do procedimento na definição do tipo de malha usada, deve-se comparar as curvas de pressão média em função da posição radial R para diferentes malhas. A figura 4.6 apresenta estas curvas para três malhas distintas: 70×70 , 98×101 e 140×140 pontos nodais nas direções transversal e radial, respectivamente. Além destas, é reproduzida na figura 4.6 a curva correspondente à malha do tipo i (uniforme na variável η), da figura 4.4.

Constata-se, conforme esperado, que a recuperação de pressão é tanto maior quanto maior for o número de pontos nodais utilizado. Isto impede que se afirme categoricamente que os resultados estão independentes da malha utilizada neste trabalho. Mesmo o resultado obtido com a malha mais refinada ainda está distante do obtido para a malha do tipo i. Este último é presumivelmente o que fornece resultados mais corretos para a pressão média, uma vez que quando se aumenta o número de pontos nodais nas outras malhas, a curva de pressão média sobe a um patamar cada vez mais elevado, e mais próximo do obtido com a malha i.

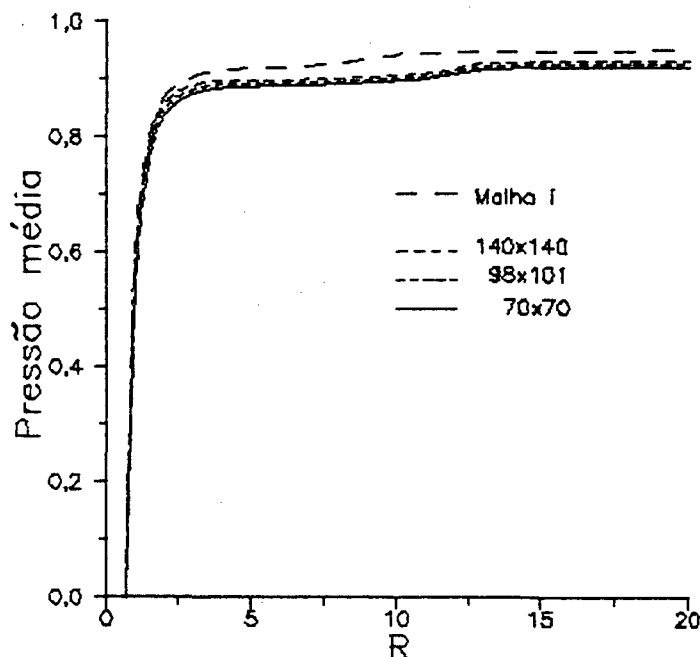


Figura 4.6 - Curvas de pressão média contra o raio

Como compromisso entre precisão da solução e tempo computacional requerido, optou-se pela malha de 70x70 pontos nodais já que os resultados que serão obtidos neste trabalho são importantes principalmente do ponto de vista qualitativo. Do ponto de vista de uma análise qualitativa, as linhas de corrente já se mostram independentes da malha no caso de se utilizar 70x70 pontos nodais. A malha usada é, aparentemente, a que melhor consegue simultaneamente atender os requisitos de fidelidade da solução e custo computacional não muito elevado. O uso de malhas muito refinadas (que reduziriam o erro exposto na figura 4.6) se torna proibitivo computacionalmente, em virtude do tempo requerido para se executar o problema em regime transiente se tornar demasiadamente extenso.

Nos casos em que $Re > 300$, o domínio de solução sofreu um acréscimo de 50% na direção radial. Em virtude disso o número de pontos na direção radial foi aumentado também em 50% (70x105), mantendo-se a lei exponencial de geração para estes pontos ($\alpha = 1,5$). Aceitou-se com isso que se a malha com 70x70 pontos nodais era adequada para o domínio reduzido, a malha expandida (para $Re > 300$) permaneceria adequada se o número de pontos fosse aumentado na mesma proporção do domínio computacional.

4.3 Critério de convergência

Após definida a malha computacional utilizada, resta definir um critério para se analisar a convergência do processo iterativo de solução das equações algébricas. A convergência deve ser assegurada em um determinado instante de tempo, antes que se avance ao próximo, no caso de problemas transientes. Nas situações envolvendo regime permanente também é necessário especificar um critério que indique se o nível de erro da solução é satisfatório ou não.

O critério utilizado neste trabalho é baseado em um balanço de massa em cada volume de controle. Se o maior erro na conservação da massa, correspondente a um determinado volume, for inferior a um erro máximo tolerável, a solução é dada como convergida (no caso de se estudar o regime permanente) ou num intervalo de tempo (regime transitório). Neste caso pode-se iniciar a busca da solução no instante de tempo seguinte.

O valor adotado para o erro máximo admissível foi de 10^{-11} . A fim de verificar a adequacidade deste valor, comparou-se a variação percentual de cada um dos pontos de separação e reatamento das regiões de recirculação para dois níveis de convergência distintos. Para $Re = 300$, $S = 2$ (malha de 70×70 pontos nodais), a variação percentual entre a solução convergida até um erro de 10^{-11} e a solução para 10^{-13} não ultrapassou 0,0001%, indicando que o nível de convergência estabelecido é adequado.

4.4 Condição de contorno em $R = R_2$

Como já mencionado em 2.3 (estabelecimento das condições de contorno), na impossibilidade de se impor a condição de escoamento parabólico para $R \rightarrow \infty$ e sem ter nenhuma informação sobre a forma do perfil de velocidades na posição R_2 , optou-se por utilizar a condição de escoamento localmente parabólico em R_2 . A fim de que a distorção da solução fosse pequena, fez-se R_2 tão grande quanto possível.

Para verificar se a condição realmente não altera significativamente o escoamento na região a montante de R_2 , truncou-se o domínio em uma posição bem mais próxima à entrada do mesmo. Comparou-se então o campo de linhas de corrente e de isobáricas com os mesmos resultados obtidos para o domínio completo. A fim de explorar um pouco mais o assunto, fez-se uso de duas condições de contorno adicionais.

Nestas extrapolou-se a velocidade na saída em função das interiores.

É importante notar que a extrapolação na saída só é importante para o cálculo dos fluxos de massa que compõem a equação para a correção da pressão. A extrapolação não é necessária para as equações do movimento, uma vez que a condição de escoamento localmente parabólico, faz com que os pontos nodais na fronteira de saída sejam desconectados dos pontos nodais no interior do domínio. Para tanto os termos viscosos são desprezados, de forma que as velocidades na fronteira não influem no cálculo de suas vizinhas no interior do domínio.

As condições de contorno adicionais testadas na saída do domínio foram:

- extrapolação linear

$$V = A_1 + A_2 R \quad (4.4)$$

- extrapolação hiperbólica

$$V = A_1 + \frac{A_2}{R} \quad (4.5)$$

onde A_1 e A_2 são calculados a partir das velocidades interiores, R é a posição radial e V é a velocidade radial extrapolada na fronteira. Os valores de V calculados na fronteira através de (4.4) ou (4.5) devem ser corrigidos de forma que a massa que deixa o domínio computacional em R_2 seja igual à que entra em R_0 . Caso contrário o esquema numérico divergirá em virtude da falta de conservação de massa a nível global (em todo domínio). Não há necessidade de se calcular um valor para a velocidade transversal U na fronteira, já que a mesma não é utilizada no cálculo do fluxo de massa que deixa o domínio. Adicionalmente, em virtude da condição de escoamento localmente parabólico, U na saída não é importante para as equações do movimento.

A extrapolação linear (4.4) é usada mais adiante na validação do esquema temporal, de uma forma semelhante à descrita por Davis e Moore [26], fornecendo resultados classificados a princípio como bons. Apesar disso, Bottaro [27] classifica esta extrapolação como pobre. Bottaro observou, em problemas de convecção mista, a amplificação (irreal) de oscilações na fronteira de saída do domínio computacional com o uso de (4.4). Aparentemente, em situações com convecção forçada dominante, nem a amplificação de oscilações e nem a região distorcida pela condição de

contorno imposta devem ser grandes.

A extrapolação hiperbólica (4.5) foi utilizada com o intuito de se levar em conta o decaimento hiperbólico da componente radial da velocidade, na tentativa de se reduzir a região (próxima da fronteira de saída) distorcida pela condição de contorno imposta.

Outras maneiras de se estabelecer uma condição de contorno na fronteira em que o escoamento deixa o domínio podem ser encontradas em Bottaro [27].

As figuras 4.7 a) a d) mostram as linhas de corrente correspondentes ao escoamento com $Re = 300$, $S = 2$, $R_0 = 2/3$ e $R_2 = 11,25$. Observe-se que este valor de R_2 é truncado, sendo que o originalmente usado para $Re = 300$ é $R_2 = 20$.

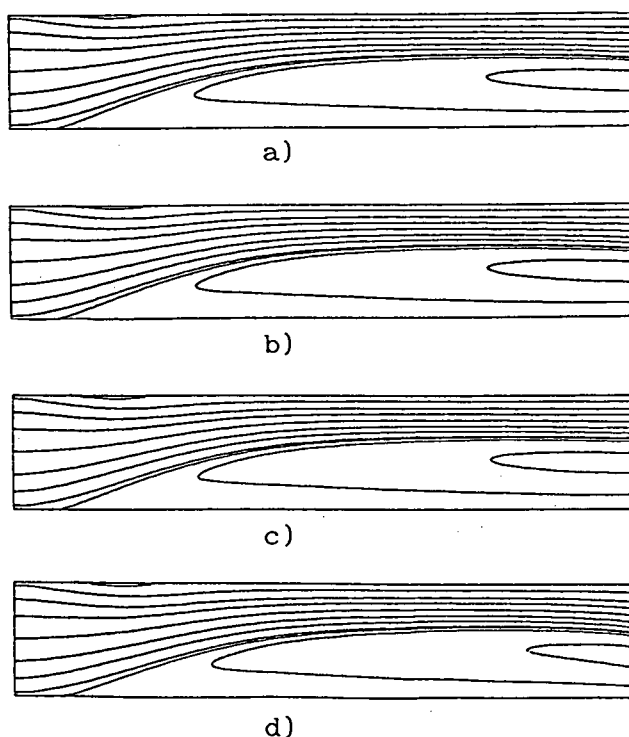


Figura 4.7 - Linhas de corrente para domínio cortado

Para as figuras 4.7, os índices a), b) e c) correspondem à condição de escoamento parabólico usando respectivamente, extrapolação linear (4.4), hiperbólica (4.5) e derivada nula (2.9). O índice d) se refere à solução do domínio completo ($R_2 = 20$). Neste caso só é mostrada uma parcela da solução (até $R = 11,25$) a fim de facilitar a comparação visual. Como o domínio computacional foi truncado, reduziu-se o número de

pontos nodais empregados na direção radial na mesma proporção. Em outras palavras, desejou-se manter o afastamento entre pontos nodais empregado nas soluções com domínio truncado, igual ao utilizado na solução com domínio expandido (na região $R_0 \leq R \leq 11,25$). Assim, as diferenças que porventura existirem entre as soluções são devidas somente ao truncamento do domínio computacional. Assim, a malha usada para obter-se as soluções a) a c) foi de 70×47 pontos nodais nas direções X e R, respectivamente.

Das figuras 4.7 não se notam, à primeira vista, diferenças significativas entre as soluções obtidas para as diferentes condições de contorno. Observando-se com mais atenção, entretanto, nota-se que a inclinação das linhas de corrente na posição em que o escoamento deixa os discos é maior para a figura 4.7 d) (domínio completo) do que para as outras. Essa diferença é causada pelo truncamento do domínio. Como o problema é elíptico, a solução é afetada pelo tipo de condição de contorno e pela posição em que esta é aplicada.

Apesar disso, olhando-se as figuras à distância, a nível global, a impressão que fica é que a forma do escoamento não foi afetada pelo truncamento do domínio.

Entre as soluções a) a c), não há aparentemente diferença significativa. Especificamente, entre os esquemas com extrapolação hiperbólica (figura 4.7a) e linear (figura 4.7b) não existe diferença visualmente perceptível. Para a condição de derivada nula (figura 4.7c), as linhas de corrente saem paralelas às paredes do difusor, diferindo dos esquemas acima, que apresentam ligeira inclinação. Essa diferença entretanto não desabilita este último esquema, visto que é pequena, e que ao longo do resto do domínio as soluções são virtualmente iguais.

Nas figuras 4.8 a) a d) são mostradas as isobáricas (linhas de pressão constante) correspondentes às figuras 4.7 a) a d), respectivamente. Os valores das isobáricas apresentadas não são todos iguais. Enquanto para as figuras 4.8 a) a c) os valores correspondentes às isobáricas são os mesmos, estes não cobrem todo o domínio mostrado na figura 4.8 d), razão pela qual a densidade de isobáricas nesta figura é maior do que nas outras. Desta forma, além dos valores de isobáricas adotados nas figuras 4.8 a) a c), valores adicionais foram utilizados na figura 4.8 d). A recuperação de pressão é ligeiramente maior para a figura 4.8 d), domínio expandido, do que para as outras figuras, com domínio truncado, como se pode observar pelos valores indicados nas figuras.

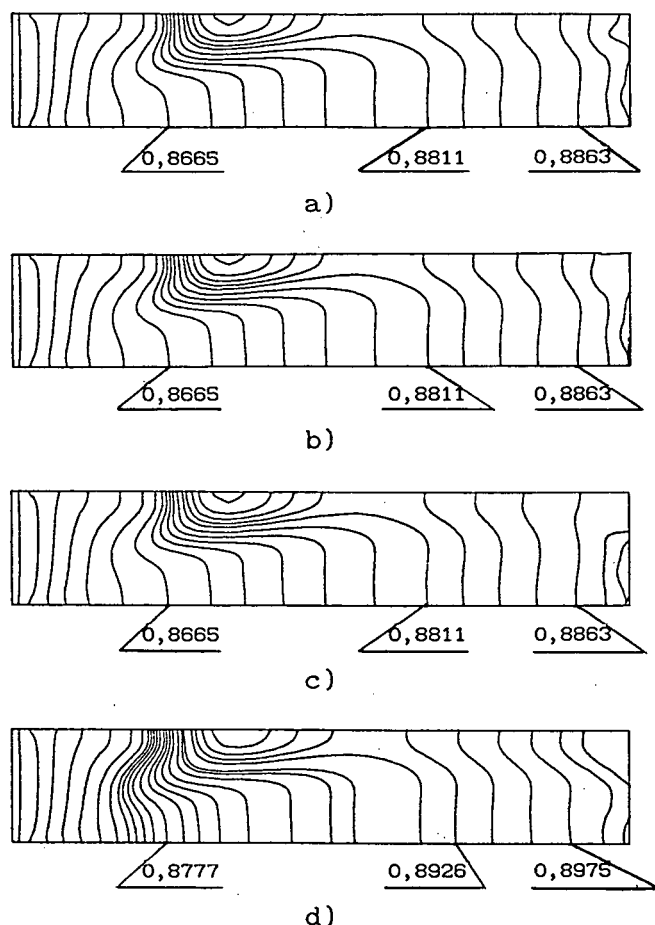


Figura 4.8 - Isobáricas para domínio cortado

Apesar disso, fica claro que o sentido, e até o valor, do gradiente de pressão é semelhante em quase todo o domínio, para todas as figuras, sejam estas referentes às diferentes extrapolações ou ao domínio completo. A exceção ocorre na região próxima à saída do escoamento, na qual fica bem clara a distorção das soluções a) a c). Nessa região, as isobáricas correspondentes às figuras 4.8 a) e b) são semelhantes e exibem um comportamento que lembra o da figura 4.8 d) (correspondente ao domínio cheio), onde nota-se a existência de um gradiente de pressão transversal. A figura 4.8 c), é a que corresponde à condição de derivada nula usada neste trabalho para o estudo do escoamento no difusor radial. Esta solução é pior, na região de saída, do que as soluções correspondentes às figuras 4.8 a) e b), uma vez que não prevê, como as demais, o gradiente de pressão transversal. Isto provavelmente se deve ao fato das linhas de corrente serem necessariamente paralelas às paredes do difusor para a condição de derivada nula (2.9). Assim, o paralelismo das linhas de corrente leva à

ausência de um gradiente de pressão transversal. Para as figuras 4.8 a) e b), as extrapolações das velocidades na fronteira permitem a inclinação das linhas de corrente e, conseqüentemente, o surgimento do gradiente de pressão transversal.

Deve-se enfatizar que, embora as soluções obtidas para o domínio truncado não sejam perfeitas, são relativamente boas levando-se em consideração o fato do truncamento do domínio ter sido feito numa região crítica, com a presença de uma região de recirculação que também foi truncada. Adicionalmente, a presença de um gradiente de pressão transversal dificulta uma melhor reprodução da solução obtida para o domínio expandido.

A expectativa é de que as três condições testadas: extrapolação linear, extrapolação hiperbólica e derivada nula, reproduzam melhor escoamentos mais desenvolvidos, sem a presença de regiões de recirculação ou gradientes de pressão transversais na região do truncamento.

Esta é exatamente a situação em que se procura empregar o truncamento neste trabalho. Os valores de R_2 usados (20 e 30) foram escolhidos de forma a que, na medida do possível, o escoamento já estivesse bem desenvolvido ao atingir a posição do truncamento. Em virtude das diferenças assinaladas (entre as três condições usadas para se truncar o domínio) serem pequenas, espera-se que as três satisfaçam plenamente o requisito de fidelidade a uma solução com $R_2 \rightarrow \infty$ (não truncada).

No presente estudo, optou-se pelo uso da condição de derivada nula, equação (2.9).

4.5 Esquema temporal

O interesse inicial deste trabalho era estudar soluções do escoamento radial que apresentassem oscilações inerentes às mesmas (auto mantidas). Um dos primeiros passos para tal foi a tentativa de se reproduzir os resultados supostamente observados por Mochizuki e Yang [13]. Como não foi possível reproduzir os resultados de Mochizuki e Yang, nem obter alguma solução periódica para o escoamento radial, uma extensa verificação do programa se tornou necessária.

Até este ponto já foram testadas a reprodução numérica dos diferentes termos da equação de Navier-Stokes (na comparação com soluções analíticas), a independência da malha, o critério de convergência e as condições de contorno na saída do domínio.

Tornou-se então imperiosa a necessidade de verificar a capacidade do programa em reproduzir escoamentos periódicos, preferencialmente situações exibindo oscilações auto mantidas pelo escoamento, a fim de verificar se o esquema temporal é adequado.

O problema escolhido para se testar o esquema temporal foi o do escoamento ao redor de um obstáculo rígido. Nesta situação surgem os bem conhecidos vórtices de von Kármán. Este problema foi escolhido em função de apresentar oscilações periódicas e por haver um relativamente grande número de trabalhos envolvendo o mesmo. Assim a comparação de resultados não depende de um único autor, como no caso do difusor radial, em que os únicos autores a observarem oscilações foram Mochizuki e Yang. Para o escoamento ao redor de um obstáculo pode-se citar os trabalhos de Davis e Moore [26], Okajima [17], Davis et alli [18] e Durão e Pereira [28], todos com análise numérico-experimental. Além destes, existem análises numéricas devidas a Kelkar e Patankar [29], Fromm e Harlow [24] e Thoman e Szewczyk [25].

Como o interesse é validar o esquema temporal, será dada ênfase à comparação com resultados experimentais. A análise do problema será bem simplificada, sem uma verificação criteriosa da independência de malha para as soluções obtidas.

Especificamente, foram feitas comparações com o trabalho de Okajima [17] e o de Davis et alli [18].

4.5.1 Descrição do problema

O problema a ser utilizado para validar o esquema temporal consiste de um escoamento bidimensional ao redor de um obstáculo quadrado. No trabalho de Okajima o escoamento é livre, não confinado, ao passo que no trabalho de Davis et alli o escoamento está confinado entre duas placas planas e paralelas, com o obstáculo disposto simetricamente em relação a ambas as placas.

A figura 4.9 ilustra a geometria a que o escoamento está submetido, apresentando as principais dimensões utilizadas. O sentido do escoamento é da esquerda para a direita como indicado pelas setas. O obstáculo é quadrado com dimensão do lado igual a B . Está posicionado a uma distância X_R da entrada. A saída do escoamento se dá na posição X_S . É também apresentada na figura a dimensão H , que representa o afastamento entre as placas no trabalho de Davis et alli. No trabalho de Okajima o

escoamento não é confinado. Neste caso, H representa o tamanho do domínio computacional na direção transversal.

Não são levados em consideração efeitos tridimensionais, perpendiculares ao plano do escoamento, devidos a paredes laterais.

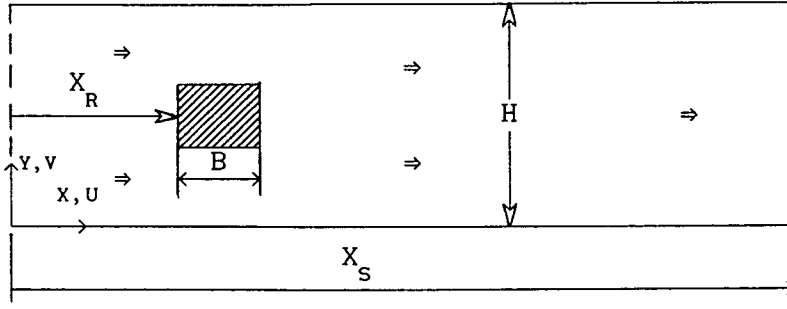


Figura 4.9 - Geometria do escoamento ao redor de um obstáculo

O escoamento é regido pelas equações da continuidade (4.6) e de Navier-Stokes (4.7) na forma

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial \tau} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{V} \quad (4.7)$$

onde \vec{V} é o vetor velocidade, com componentes longitudinal e transversal iguais a U e V , respectivamente. Todas as quantidades apresentadas na figura 4.9 e nas equações (4.6) e (4.7), estão devidamente adimensionalizadas. As distâncias por B^* , as componentes do vetor velocidade por U_0^* , que é a velocidade horizontal máxima na entrada do canal. A pressão P foi adimensionalizada por $\rho(U_0^*)^2$ e o tempo τ por B^*/U_0^* . B^* e U_0^* são os valores dimensionais correspondentes a B e U_0 , adimensionais. Assim, $B = U_0 = 1$. O número de Reynolds do escoamento é caracterizado como

$$Re = \frac{\rho U_0^* B^*}{\mu} \quad (4.8)$$

4.5.2 Condições de contorno

As condições empregadas tentam reproduzir a situação encontrada nos dois experimentos analisados. Como são experimentos distintos, requerem diferentes condições de contorno para que a simulação numérica aqui efetuada corresponda à situação física modelada.

As condições serão listadas primeiro para o experimento de Okajima e em seguida para o de Davis et alli.

Experimento de Okajima [17]

Na entrada do domínio, em $X = 0$, é imposto um perfil plano de velocidades

$$U = 1 \quad (4.9)$$

$$V = 0$$

As fronteiras superior e inferior do domínio computacional devem ser colocadas a uma distância finita do obstáculo, sendo que essa distância não pode ser muito grande, sob pena de se utilizar uma malha computacional com excessivo número de pontos. Para simular a ausência de paredes, utilizou-se uma condição de deslizamento junto às mesmas. Assim, para $Y = 0$ e $Y = H$ fez-se,

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = V = 0 \quad (4.10)$$

O valor de H é feito igual a 12, conforme sugestão de Davis e Moore [26]. Estes autores argumentam que um aumento adicional em H não altera substancialmente a solução obtida.

Na saída do domínio, em $X = X_s$, os termos viscosos na equação do movimento são desprezados e é aplicado um perfil de velocidades linearmente extrapolado a partir das velocidades internas, análogo ao mostrado na equação (4.4). A extrapolação é usada com o intuito de reduzir o domínio computacional sem entretanto distorcer a solução. Dessa forma, para $X = X_s$ fez-se,

$$U = A_1 + A_2 X_s \quad \text{e} \quad V = 0 \quad (4.11)$$

onde A_1 e A_2 são calculados a partir das velocidades internas. A posição

X_s é feita igual a 15, conforme valor adotado por Davis e Moore [26]. Estes empregam uma condição de saída muito semelhante à equação (4.11). Davis e Moore afirmam que a condição de derivada nula amortece a solução periódica a ser obtida, sendo este o motivo pelo qual essa condição não foi empregada na solução do escoamento ao redor do obstáculo.

Experimento de Davis et alli [18]

Nesta situação o escoamento é confinado entre duas placas planas paralelas separadas por um afastamento H . Todas as comparações a serem feitas com Davis et alli são para $H = 4$.

Na entrada do domínio é imposto um "perfil experimental" de velocidades dado por

$$U = \frac{\operatorname{erf} \left[\frac{\pi^{1/2}}{\delta} \left[\frac{H}{2} - \left| Y - \frac{H}{2} \right| \right] \right]}{\operatorname{erf} \left[\frac{\pi^{1/2}}{\delta} \left[\frac{H}{2} \right] \right]} \quad (4.12)$$

$$V = 0$$

onde erf é a função erro e

$$\delta (H=4) = -0,336 + \frac{10,68}{\operatorname{Re}^{1/3}} \quad (4.13)$$

Segundo Davis et alli [18], este perfil é o que melhor representa a condição de entrada em sua bancada de testes.

Nas placas é utilizada a condição de não-deslizamento e de impenetrabilidade, ou seja, para $Y = 0$ e $Y = H = 4$,

$$U = V = 0 \quad (4.14)$$

Na saída do domínio é empregada a mesma condição de contorno usada para o experimento de Okajima (perfil de velocidades extrapolado).

Em ambos os casos o obstáculo foi disposto simetricamente em relação às fronteiras superior e inferior do domínio, e a uma distância $X_R = 4,5$ da entrada do escoamento no domínio. Nas faces do obstáculo foi imposta a condição de não-deslizamento e de impenetrabilidade ($U = V = 0$).

O "perfil experimental" de Davis et alli foi determinado para uma posição $X_R = 8$. O número de Strouhal encontrado simulando-se o escoamento para este valor de X_R foi o mesmo encontrado quando utilizou-se $X_R = 4,5$. Escolheu-se então este último valor a fim de reduzir o domínio computacional, diminuindo-se conseqüentemente o tempo computacional utilizado. Na falta de informações sobre o valor de X_R adotado por Okajima, empregou-se o mesmo valor adotado para a simulação do experimento de Davis et alli.

4.5.3 Método de solução

Para se resolver as equações (4.6) e (4.7) sujeitas às condições de contorno expostas, utilizou-se o mesmo algoritmo descrito no capítulo 3, agora em coordenadas cartesianas retangulares.

Os parâmetros X_R , X_S , e H , bem como as malhas computacionais utilizadas na comparação com os experimentos de Okajima e Davis et alli são apresentados na tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Parâmetros computacionais utilizados

Parâmetros	Okajima [17]	Davis et alli [18]
X_R	4,5	4,5
X_S	15,0	15,0
H	12,0	4,0
Nº pontos em X	134	121
Nº pontos em Y	78	42

A solução numérica é dada como convergida em cada intervalo de tempo quando o maior resíduo na conservação da massa em cada volume de controle for menor ou igual a $5,0 \times 10^{-5}$. Em geral são necessárias em torno de três iterações em cada intervalo de tempo para satisfazer este critério. A solução numérica não se altera significativamente caso este critério seja feito mais conservativo, ou seja, se o resíduo máximo aceitável for bem inferior a este valor (10^{-11} por exemplo).

O intervalo de tempo utilizado foi de 0,05 unidades, igual ao adotado por Davis et alli [18]. Um intervalo menor não altera a solução.

O tempo de CPU gasto para se avançar o equivalente a um período na solução, utilizando-se o computador IBM-3090, foi da ordem de três minutos, na comparação com Davis et alli, e da ordem de 5 minutos, na comparação com Okajima.

Para não modificar o programa, o sólido não foi excluído do domínio computacional, ou seja, existem pontos nodais em seu interior. Para que o escoamento sinta a presença do obstáculo, as velocidades correspondentes aos pontos nodais internos são forçadas a serem zero. A fim de entender como isto foi feito, deve-se recorrer à equação algébrica de balanço de quantidade de movimento para um volume de controle elementar. De Patankar ([21], pág.121) tem-se a equação para a componente horizontal U do vetor velocidade

$$a_e U_e = \sum a_{viz} U_{viz} + (P_p - P_e) A_e + b \quad (4.15)$$

onde

U_e : velocidade a ser calculada

$$a_e = \sum a_{viz} + a_p^0 - S_p \Delta X \Delta Y$$

$$a_p^0 = \rho \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau}$$

S_p : parcela do termo fonte de quantidade de movimento que depende de U_e

$\Delta X, \Delta Y$: dimensões laterais do volume de controle

U_{viz} : velocidades vizinhas superior, inferior, laterais esquerda e direita à velocidade U_e

a_{viz} : coeficientes que ponderam a influência de cada velocidade vizinha sobre U_e

P_p, P_e : pressões vizinhas (laterais esquerda e direita) a U_e

A_e : coeficiente relativo a essas pressões

b : parcela constante do termo fonte de quantidade de movimento

Arbitrando-se um valor muito grande para S_p , o termo a_e na equação (4.15) fica muito maior do que a soma dos termos à direita do sinal de igualdade. Assim, para satisfazer a igualdade, U_e deve ser muito

pequeno. À medida que S_p tende ao infinito, U_e tende a zero.

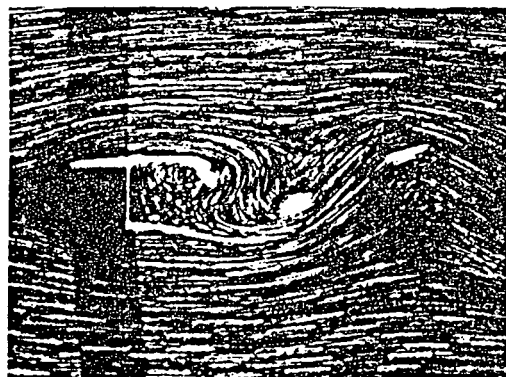
Fazendo a mesma coisa para a velocidade vertical V , e estendendo o procedimento ao longo de vários volumes de controle, cria-se uma região sólida, sem escoamento, no interior do domínio computacional. Reproduz-se então a configuração do escoamento ao redor de um obstáculo, incluso no domínio de cálculo.

4.5.4 Resultados

Os resultados a serem apresentados são comparações com os resultados obtidos por Okajima [17] e Davis et alli [18]. A comparação será feita com resultados experimentais e numéricos. No caso de resultados experimentais, comparar-se-ão frequências de oscilação e linhas de corrente. No caso de resultados numéricos, serão comparados coeficientes de sustentação e arrasto. Ao final é mostrada a influência de parâmetros numéricos diversos sobre a solução periódica obtida.



a)

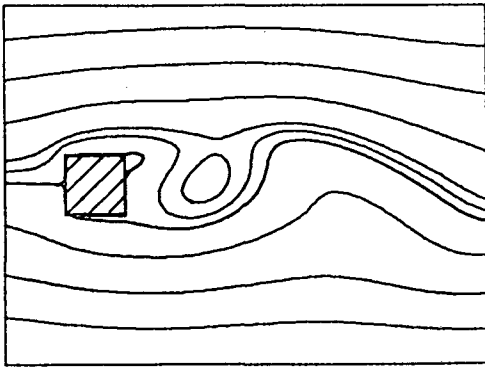


b)

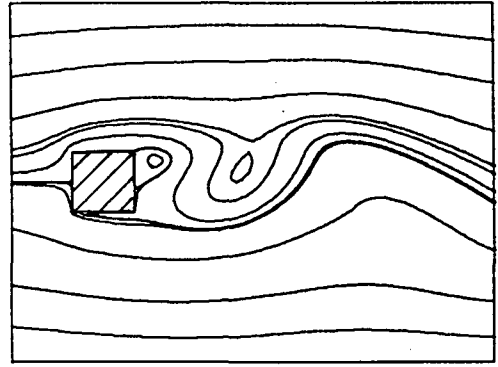
Figuras 4.10 - Linhas de corrente obtidas experimentalmente.

Dados de Okajima [17]; $Re = 150$.

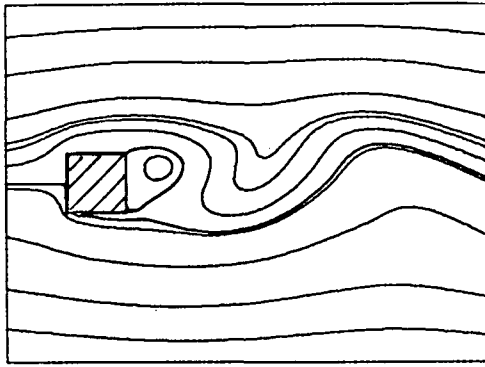
Okajima apresenta frequências de oscilação e linhas de corrente obtidas experimentalmente. Nas figuras 4.10 a) e b) são reproduzidas duas fotografias das linhas de corrente para um número de Reynolds igual a 150. Os experimentos foram realizados utilizando água ou ar como fluido de trabalho, sendo que a visualização das linhas de corrente foi feita para a água, com o uso de pó de alumínio.



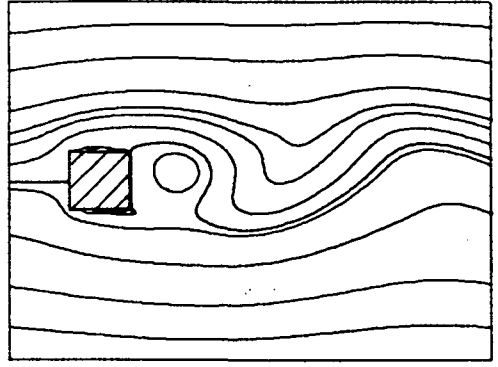
a)



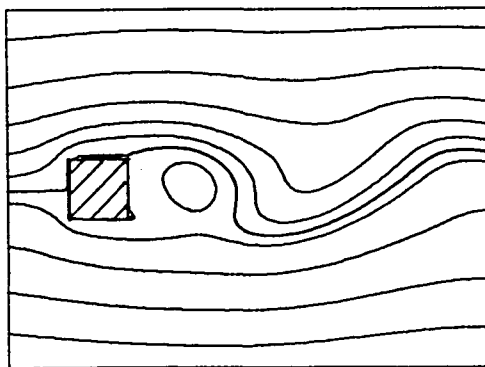
b)



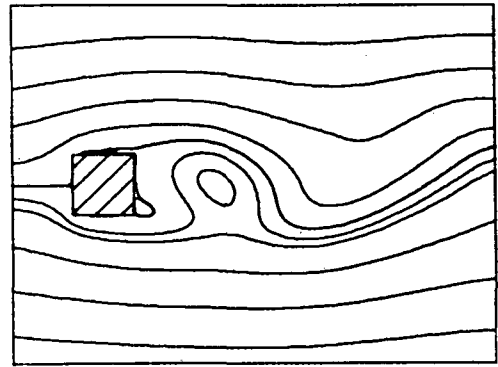
c)



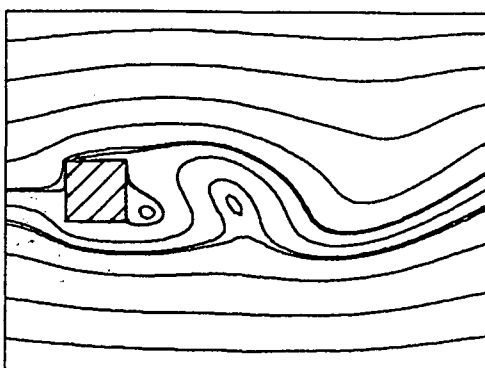
d)



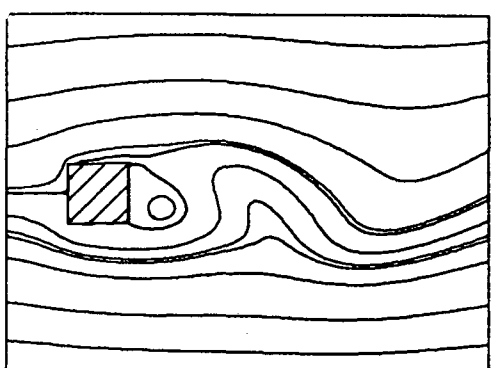
e)



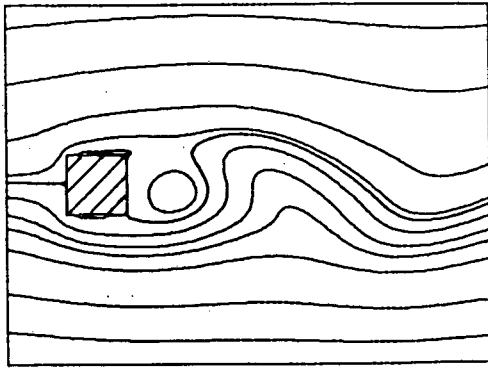
f)



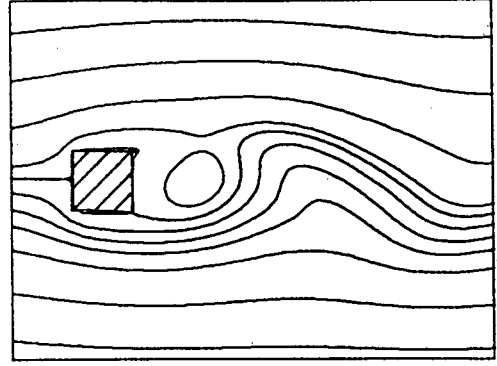
g)



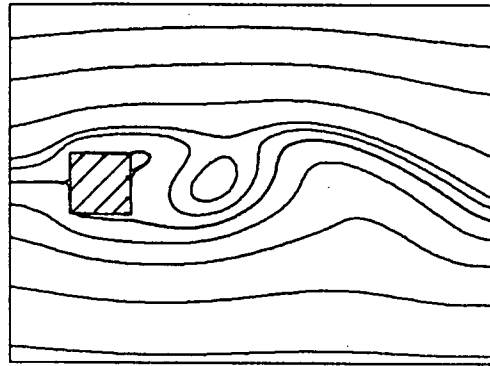
h)



i)



j)



k)

Figuras 4.11 - Linhas de corrente obtidas com o presente programa, para mesmos parâmetros das figuras 4.10

Nas figuras 4.11 a) a k) é mostrado, através do uso de linhas de corrente, a evolução do escoamento ao longo de um ciclo completo. Este resultado foi obtido com auxílio do programa utilizado neste trabalho. O período se inicia na figura 4.11 a) e termina em k). O quadro k) é referente ao início do período subsequente e é igual ao quadro a). As figuras não mostram o domínio completo, mas apenas a região correspondente às figuras 4.10. Pode-se observar o fenômeno do crescimento e posterior desprendimento alternado de vórtices gerados na face a jusante do obstáculo.

As figuras 4.11 i) e 4.10 a), assim como as figuras 4.11 d) e 4.10 b) são muito semelhantes, indicando que o presente programa reproduz muito bem as linhas de corrente do escoamento.

O número de Strouhal definido por

$$St = \frac{fB^*}{U_0^*}, \quad (4.16)$$

onde f é a frequência de oscilação do escoamento, foi determinado experimentalmente. Para $Re = 150$, mediu-se $St = 0,140$ a $0,145$. Com o programa usado no presente trabalho (executado para o mesmo Re), encontrou-se $St = 0,142$, valor situado dentro da faixa experimental.

Davis et alli apresentam resultados experimentais para o número de Strouhal e, adicionalmente, resultados numéricos para os coeficientes de sustentação Cl e de arrasto Cd (valores médios e rms). Estes são definidos respectivamente como

$$Cl_{rms} = 2 \left\{ \frac{\int_{\tau}^{\tau+T} \left[\int_{x_R}^{x_R+B} (P_s - P_n) dX \right]^2 d\tau}{B^2 T} \right\}^{1/2} \quad (4.17)$$

$$\bar{C}_D = 2 \left\{ \frac{\int_{\tau}^{\tau+T} \int_{(H-B)/2}^{(H+B)/2} (P_o - P_e) dY d\tau}{B T} \right\} \quad (4.18)$$

$$C_{D_{rms}} = 2 \left\{ \frac{\int_{\tau}^{\tau+T} \left[\frac{\bar{C}_D}{2} - \frac{1}{B} \int_{(H-B)/2}^{(H+B)/2} (P_o - P_e) dY \right]^2 d\tau}{T} \right\}^{1/2} \quad (4.19)$$

onde

- Cl_{rms} : Coeficiente de sustentação, raiz média quadrática
- \bar{C}_D : Coeficiente de arrasto médio
- $C_{D_{rms}}$: Coeficiente de arrasto, raiz média quadrática
- T : Período de oscilação

- P_s : Pressão exercida contra a face inferior do obstáculo
 P_n : Pressão exercida contra a face superior do obstáculo
 P_o : Pressão exercida contra a face lateral esquerda do obstáculo
 P_e : Pressão exercida contra a face lateral direita do obstáculo

No cálculo de Cl_{rms} , \bar{C}_D e $C_{D_{rms}}$ não estão envolvidas as tensões de cisalhamento aplicadas nas paredes do obstáculo. Isto se deve ao fato de que a sua contribuição para as forças efetivas, horizontal e vertical, é muito pequena. Esta contribuição é em torno de cem vezes menor que a contribuição devida aos termos de pressão, conforme apontado por Davis et alli, e verificado no presente trabalho.

Tabela 4.2 - Comparação entre resultados experimentais e numéricos do presente programa e de Davis et alli [18]

Fonte	Re	St	\bar{C}_D	$C_{D_{rms}}$	Cl_{rms}
Davis et alli	500 experimental	0,183
	500 numérico	0,198	2,16	0,03	0,55
	750 experimental	0,179
	750 numérico	0,183	2,29	0,03	0,87
Malha 1	500 numérico	0,183	2,15	0,006	0,21
	750 numérico	0,182	2,21	0,009	0,26
Malha 2	500 numérico	0,183	2,25	0,008	0,36

A tabela 4.2 apresenta uma comparação entre os valores obtidos para St, \bar{C}_D , $C_{D_{rms}}$ e Cl_{rms} numérica e experimentalmente por Davis et alli e com o programa utilizado neste trabalho, para dois Re distintos.

Na tabela 4.2, a malha 1 e a malha 2 se referem a resultados gerados com o presente programa utilizando duas malhas diferentes. A primeira tem 121x42 pontos nodais, enquanto que a segunda tem 141x82 pontos nas direções X e Y, respectivamente. Nesta tabela observa-se que Davis et alli não conseguiram reproduzir numericamente os números de Strouhal verificados experimentalmente. O presente programa, no entanto,

logrou reproduzir os números de Strouhal experimentais (com um erro inferior a 2%), a exemplo do que já havia acontecido anteriormente na comparação com o trabalho de Okajima. Não se deve subestimar a importância de reproduzir frequências experimentais, haja visto que Kelkar e Patankar [29] não conseguiram reproduzir as frequências experimentais obtidas por Okajima, empregando o mesmo algoritmo utilizado no presente trabalho (à exceção do acoplamento pressão-velocidade, tratado através do esquema SIMPLER, e do avanço no tempo, que é feito através da técnica de Crank-Nicolson).

Da tabela 4.2 observa-se ainda que os resultados numéricos para os coeficientes de arrasto e sustentação obtidos aqui diferem substancialmente daqueles obtidos por Davis et alli. Com o intuito de se verificar a influência da malha computacional sobre os valores de Cl_{rms} e Cp_{rms} , foram testadas duas malhas diferentes para $Re = 500$. Observa-se que para a malha refinada (malha 2), houve um sensível aumento no valor de Cl_{rms} , indicando que o presente esquema não está captando as flutuações de pressão corretamente. Não se pode afirmar que os valores obtidos por Davis et alli estejam corretos, já que falharam na reprodução dos números de Strouhal. Entretanto, os valores obtidos neste trabalho certamente não são definitivos, pois que variam acentuadamente com o refino da malha.

4.5.5 Análise dos resultados

Neste ponto, cabe discutir os resultados obtidos sob a ótica do difusor radial. As conclusões a respeito do esquema temporal, obtidas para o caso do escoamento ao redor de um obstáculo, serão estendidas ao problema do difusor radial, motivo do presente trabalho.

A grande deficiência do programa se dá na reprodução das flutuações de pressão, como apontado na secção 4.5.4. Em duas oportunidades ocorreram problemas na repetição de resultados que envolvam a pressão. A primeira se deu na comparação das curvas de pressão média geradas pelo programa com a solução analítica, para o escoamento radial invíscido. Naquela situação, a recuperação de pressão era fortemente dependente da malha computacional usada, indicando, como aqui, que o esquema numérico tem problemas que levam a uma perda significativa de pressão, ou seja, o esquema adotado não é conservativo em se tratando de energia mecânica.

Henau et alli [30] afirmam que a utilização de esquemas UDS

levam à perda de pressão total. Convém lembrar que o esquema Power-law utilizado neste trabalho (vide capítulo 3) se torna um esquema UDS sempre que o escoamento for predominantemente convectivo. Segundo Henau et alli a perda de pressão é decorrente do fato de não se considerar, no esquema UDS, o gradiente de pressão e o cisalhamento transversal no cálculo das velocidades nas faces dos volumes de controle. O erro pode ser eliminado se a velocidade na face for determinada através de diferenças centrais ou pelo uso de interpolação parabólica, ressaltando-se os problemas de oscilação espacial inerentes a ambos.

Os valores bem mais altos para os coeficientes \bar{C}_D , $C_{D_{rms}}$, e CL_{rms} , encontrados por Davis et alli [18] (presumivelmente mais próximos de um valor correto) são devidos então ao fato desses autores utilizarem um esquema com interpolação parabólica. Este esquema é baseado no método QUICKEST proposto por Leonard [31] para escoamentos transientes predominantemente convectivos.

É importante que se lembre que o problema foi levantado tendo em vista o escoamento no difusor radial. Nesse escoamento, como já dito, não foi possível encontrar soluções periódicas entre os casos estudados nem reproduzir aquelas observadas por Mochizuki e Yang [13]. Fica então a dúvida de se o escoamento é realmente permanente ou se o fato de se subestimar as pressões pode ter artificialmente amortecido as soluções (fornecido uma falsa estabilidade às mesmas), tornando-as irrealmente estacionárias. No primeiro caso, a solução periódica encontrada numericamente por Mochizuki e Yang poderia ser devido a oscilações geradas pelo método computacional, não representando uma característica do escoamento.

A perda de pressão, associada ao esquema numérico, não invalida o mesmo. Note-se que os resultados obtidos para o padrão de linhas de corrente e frequências de oscilação do escoamento se mostram excelentes quando comparados com os resultados experimentais. O ponto é que se deve olhar ceticamente para o caráter permanente das soluções, e, certamente, deve-se investigar o efeito que uma correção para o problema da pressão traria sobre as soluções aqui obtidas.

4.5.6 Análise de sensibilidade

Antes de dar por encerrada a discussão sobre o esquema temporal, é interessante mostrar a sensibilidade da solução numérica a parâmetros de natureza numérica.

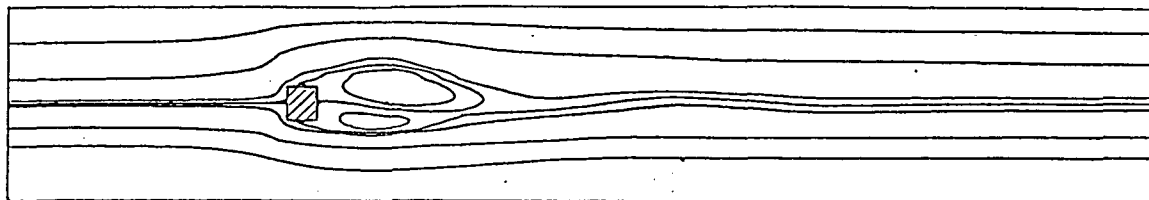


Figura 4.12 - Linhas de corrente instantâneas para escoamento confinado entre placas ($Re = 1000$, $H = 6$)

A figura 4.12 mostra o campo de linhas de corrente obtido com uma malha grosseira (47×34 pontos nodais nas direções X e Y respectivamente), para um dado instante de tempo. A situação corresponde a um caso estudado por Davis et alli [18], e consta de um escoamento confinado entre placas planas paralelas. O afastamento entre as placas é feito igual a 6. O número de Reynolds do escoamento é igual a 1000.

Esperava-se nesta situação um escoamento fortemente transiente. O desprendimento de vórtices a ser observado na figura 4.12 deveria ser muito mais acentuado do que aquele associado às figuras 4.11, que correspondem a um número de Reynolds sete vezes menor. Poderiam até existir regiões do domínio com características de escoamento turbulento. Enfim, esperava-se um escoamento pulsante, "cheio de vida". O que se observa no entanto é um padrão bem suave de linhas de corrente. O tamanho das recirculações é enorme. As duas recirculações oscilam entre si, alternando-se no crescimento e posterior diminuição de tamanho. O escoamento é periódico, mas oscila com uma amplitude muito pequena. A frequência (igual a St , em virtude da adimensionalização) é muito baixa, da ordem de 0,075. Em outras palavras, o escoamento está exageradamente amortecido.

Nesse caso, toda a culpa por esse comportamento anômalo deve ser imputado à malha computacional utilizada. Ela é quem amortece a solução. O problema surge devido à ordem de grandeza dos vórtices presentes no

escoamento real. É intuitiva a idéia de que a malha computacional só captará vórtices de tamanho bem superior aos volumes de controle definidos pela malha. Como se observa das figuras 4.11, o tamanho dos vórtices é, no máximo, da ordem do tamanho do obstáculo. Na figura 4.12, os vórtices são até 5 vezes maiores do que o obstáculo, o que é um absurdo. O que acontece é que o tamanho dos volumes de controle gerados com esta malha grosseira não são tão menores do que os vórtices que deveriam estar sendo ejetados pelo obstáculo para o escoamento. Assim, a malha não consegue captá-los. A solução fica então completamente amortecida e, portanto, muito distante da realidade.

Os coeficientes de sub-relaxação representam outro fator de amortecimento presente no método numérico. Estes coeficientes tem a função de melhorar a convergência do método e evitar que o mesmo divirja em determinadas situações. O coeficiente de sub-relaxação é usado na forma

$$U = \text{REL } U^{n+1} + (1-\text{REL})U^n \quad (4.20)$$

onde

REL : coeficiente de sub-relaxação

U^n : velocidade calculada na iteração anterior

U^{n+1} : velocidade calculada na nova iteração

U : velocidade atual

A idéia é de "segurar" a convergência do processo, amortecendo-o. A sub-relaxação é usada na convergência dentro de um instante de tempo. Desde que se assegure a convergência da solução neste tempo não há, aparentemente, mal algum em se utilizar a sub-relaxação. Entretanto, como a solução em um instante de tempo é bastante semelhante à do instante de tempo anterior (quando se emprega um intervalo de tempo compatível com o período de oscilação), não há risco do programa divergir. Então, para evitar qualquer amortecimento devido ao uso da sub-relaxação, o coeficiente REL foi feito igual a 1 sempre que se procuravam soluções periódicas.

A um intervalo de tempo compatível com o período de oscilação, se associa um valor do incremento de tempo da ordem de 1% do período. Com isto, a solução obtida já estará independente da "malha" no tempo, ou seja, do incremento de tempo usado. Valores do incremento de tempo inferiores a 1% tornariam o tempo computacional requerido para se avançar um período de oscilação no tempo desnecessariamente grandes. Intervalos de

tempo superiores afetariam a solução, alongando o período e diminuindo a amplitude de oscilação do escoamento (Barcellos [32]). É importante ressaltar que, no caso de não se utilizar o artifício da sub-relaxação, o número de Courant, definido como

$$C = \frac{U\Delta\tau}{\Delta X} \quad (4.21)$$

não poderá exceder a unidade. Observou-se que utilizando-se números de Courant maiores que um (em algum lugar do domínio), o processo numérico diverge, mesmo usando-se um esquema totalmente implícito como neste trabalho. Nestes casos, para se evitar a divergência deve-se necessariamente fazer uso de sub-relaxação. Como optou-se por não sub-relaxar as velocidades e nem a pressão, o incremento de tempo utilizado foi sempre tal que $C \leq 1$. Em virtude disso, quando se refinou a malha (vide malha 2 - Tabela 4.2) o incremento de tempo teve de ser reduzido a 0,025 unidades.

Se o avanço da solução no tempo tivesse sido calculado através de um esquema explícito, o esquema numérico divergiria sempre que $C > 1$. Neste caso, a explicação física para tal fato é que uma partícula de fluido avança mais do que um ΔX a cada intervalo de tempo, desestabilizando a solução (Maliska, [33]). Aparentemente, a mesma coisa acontece aqui, utilizando-se um esquema implícito de avanço no tempo sem empregar coeficientes de sub-relaxação.

Um outro parâmetro muito importante do ponto de vista de tempo computacional é o critério de convergência (TOL) usado para se avançar a solução no tempo. Este critério, como já dito, indica o máximo erro admitido na conservação da massa. O valor utilizado para a simulação do escoamento ao redor de um obstáculo ($TOL = 5 \times 10^{-5}$) é muito maior do que o valor usado no caso do difusor radial ($TOL = 10^{-11}$). No primeiro caso utilizou-se, inicialmente, o mesmo valor adotado para o difusor radial. Verificou-se entretanto, que o mesmo poderia ser substancialmente aumentado sem que o período de oscilação, os coeficientes de arrasto e sustentação ou mesmo a amplitude de variação da velocidade em algum ponto se alterasse significativamente. Dessa forma, o maior valor foi aceito sem restrições. A grande vantagem disso é que houve uma redução de até trinta vezes no tempo computacional utilizado para se avançar um período no tempo. Isto viabilizou uma série de testes com o esquema temporal que, caso contrário ($TOL = 10^{-11}$), ficariam prejudicados. Caso esta tolerância

fosse adotada, o custo computacional para se rodar um período completo seria muito alto.

No caso do difusor radial, não foi possível relaxar o valor de TOL. Uma vez que não foi encontrada nenhuma solução periódica, não houve maneira de se avaliar o efeito do critério de convergência sobre grandezas tais como o período de oscilação do escoamento. O critério foi fixado com base na convergência da solução em regime permanente e não foi relaxado para que não se corresse o risco de amortecer a solução.

O intervalo de tempo utilizado para o escoamento radial neste trabalho variou entre 0,01 e 0,001 unidades de tempo. Este intervalo se encontra dentro de faixa de até 1% do período de oscilação que pretensamente esperava-se encontrar, e é o mesmo adotado por Mochizuki e Yang [13].

CAPÍTULO 5

DINÂMICA DO ESCOAMENTO

Serão apresentadas agora as soluções obtidas para o escoamento radial no presente trabalho. Todas as soluções são estacionárias, a despeito da inclusão dos termos temporais nas equações que descrevem o escoamento. Nenhuma oscilação do escoamento, a exemplo das divulgadas por Mochizuki e colaboradores [12,13], foi constatada neste trabalho.

Em todos os casos a serem reportados, o espaçamento entre os discos, S , foi mantido constante e igual a 2. O número de Reynolds do escoamento, Re , foi variado entre zero e 1000.

As soluções obtidas exibem comportamentos distintos para diferentes faixas de Re . Para valores de Re próximos a zero (escoamento puramente viscoso), existe apenas uma solução que satisfaz as equações do movimento e suas respectivas condições de contorno. As linhas de corrente do escoamento são paralelas entre si. À medida que Re cresce, as linhas de corrente permanecem paralelas até que Re atinja um valor próximo a 65. Neste ponto surgem as primeiras regiões de recirculação devidas à separação do escoamento das paredes do difusor. Este valor ($Re \approx 65$) é fortemente dependente da malha computacional utilizada. Enquanto que para uma malha de 50×46 pontos nodais o valor crítico de Re para que ocorra separação é 62, para uma malha de 70×70 pontos nodais, nas direções X e R respectivamente, o valor crítico de Re é 69. Ambos os valores críticos concordam com o valor encontrado por Raal [2], que afirma que a separação se dá a partir de $Re = 64$. A diferença entre os valores indica que os resultados anteriores ainda apresentam dependência com relação à malha computacional.

À medida que Re ultrapassa 65 e cresce, o tamanho das recirculações também cresce até que, para Re próximo a 115, ocorre uma bifurcação. A solução deixa de ser única e passam a existir múltiplas soluções para um mesmo Re . Especificamente, surgem três configurações diferentes que obedecem às equações que regem o escoamento e suas respectivas condições de contorno.

Embora a ocorrência de bifurcação em escoamentos radiais ainda não tenha sido reportada na literatura, esta seqüência de eventos; solução

única sem recirculação - surgimento de recirculações - bifurcação com conseqüente surgimento de múltiplas soluções, não é desconhecida. Já foi observada por Sobey e Drazin [14] no estudo do escoamento em dutos simétricos na presença de uma expansão. Aumentando bastante o número de Reynolds, Sobey e Drazin detectaram ainda bifurcações subseqüentes à primeira, observando até bifurcações de Hopf, com o surgimento de soluções periódicas.

Uma questão que surge diante da multiplicidade de soluções é se todas seriam ou não observadas em um escoamento real, quando sujeitas a imperfeições (sempre presentes na natureza) que não existem no modelo numérico. Em outras palavras, a questão é saber se todas são estáveis ou não. Conforme observado por Landau e Lifshitz [34], um escoamento para existir na natureza precisa, além de satisfazer a equação de Navier-Stokes, ser estável a pequenas perturbações. Segundo Drazin e Reid [35, pg.8], a estabilidade de uma solução será determinada pela evolução, no tempo, de uma perturbação imposta ao escoamento em questão. Quando a solução é ligeiramente perturbada, a perturbação pode desaparecer (o escoamento volta à configuração original), permanecer como uma perturbação de magnitude semelhante ou crescer tanto que o escoamento passe a uma nova configuração diferente da original. Nestes casos a solução original é dita estável, indiferente, e instável, respectivamente.

Em um experimento, algum tipo de perturbação será fatalmente introduzido no escoamento, seja através da rugosidade das superfícies ou por vibrações externas. Dessa forma uma solução só será observada se for estável a qualquer tipo de perturbação. Obviamente a perturbação não deverá ser muito grande, sob risco de se passar de uma solução estável a pequenas perturbações a outra solução, igualmente estável a pequenas perturbações. Nas seções que se seguem, tal assunto será elaborado no âmbito de escoamentos radiais.

Para um bom entendimento das soluções a serem apresentadas, serão exploradas linhas de corrente do escoamento, isobáricas (linhas de pressão constante), curvas de pressão média e pressão nas paredes dos discos, tensão cisalhante e energia mecânica do escoamento. Como resultados adicionais tem-se um diagrama de bifurcação e a seqüência de eventos (linhas de corrente instantâneas) que ocorrem quando uma solução avança no tempo em direção ao regime estacionário.

5.1 Linhas de Corrente e Isobáricas

Para uma visão ampla das soluções é imprescindível que se tenha em mãos mapas de linhas de corrente e campos de pressão do escoamento em questão. As figuras 5.1 e 5.2 mostram, respectivamente, as linhas de corrente e as isobáricas correspondentes às soluções obtidas com $Re = 100, 117, 200, 300, 600$ e 1000 . Tais figuras representam cortes transversais ao longo do diâmetro dos discos e perpendiculares ao plano destes. Apenas uma metade destes cortes é apresentada uma vez que o escoamento é axissimétrico. Em todas as figuras o escoamento se dá da esquerda para a direita.

Nas figuras associadas a $Re = 100, 117, 200$ e 300 , vê-se que a dimensão radial do domínio de solução é menor do que a correspondente às figuras de $Re = 600$ e 1000 . Isto é devido ao aumento do domínio computacional nos casos em que Re é maior que 300 ; neste caso R_2 (posição radial externa do domínio) é igual a 30 . Caso contrário, se Re for menor ou igual a 300 , R_2 é igual a 20 . O mesmo fator de escala foi adotado para as direções axial e radial sendo mantido em todas as figuras, o que implica nas diferentes dimensões radiais observáveis na figura 5.1.

Conforme já comentado, as linhas de corrente do escoamento para Re menor que aproximadamente 65 , são paralelas entre si e às paredes do difusor. Para $Re = 65$ surgem as primeiras regiões de recirculação e o escoamento tem uma configuração tipicamente representada pela figura associada a $Re = 100$. Verifica-se que o escoamento é simétrico em relação ao plano médio que separa os dois discos.

A simetria do escoamento conforme observada para $Re = 100$ sugere que o domínio computacional possa ser reduzido. Tal fato foi utilizado por Raal [2] que, ao assumir esta simetria, perdeu a oportunidade de observar aspectos relevantes associados ao escoamento, a serem discutidos nos parágrafos subseqüentes.

Para Re igual a 115 ocorre uma bifurcação, ou seja, para Re menor que 115 existe apenas uma solução para o problema, ao passo que para Re maior que 115 existem várias soluções. Verifica-se a ocorrência de uma configuração simétrica, que é instável a pequenas perturbações, e de duas configurações assimétricas, de natureza estável. A configuração simétrica bem como uma das configurações assimétricas são mostradas na figura 5.1 para vários Re . A outra configuração assimétrica foi omitida, uma vez que é a imagem daquela apresentada na figura 5.1 em relação a um espelho

colocado em qualquer um dos dois discos que compõe as paredes do difusor.

As configurações simétricas são expostas para $Re = 100, 117, 200, 300, 600$ e 1000 . Estas apresentam sempre duas recirculações que aumentam de tamanho à medida que Re cresce.

As configurações assimétricas só existem para Re maior que o correspondente ao ponto de bifurcação e são expostas na figura 5.1 para $Re = 117, 200, 300, 600$ e 1000 . A configuração assimétrica para $Re = 117$ apresenta duas regiões de recirculação que provém do aumento e diminuição das regiões de recirculação observadas para $Re = 100$. À medida que o número de Reynolds cresce, a diferença no tamanho das recirculações se torna bastante grande ($Re = 200$). Com um aumento ainda maior em Re ($300, 600$ e 1000) surgem novas regiões de recirculação que crescem e se deslocam a jusante no escoamento.

A configuração do escoamento assimétrico para $Re = 300, 600$ e 1000 lembra o que deve ser o aspecto de um disco sólido, confinado, que flamba sob efeito de compressão. A flambagem do escoamento é devida à compressão causada pelo gradiente de pressão adverso. Esta flambagem se torna mais acentuada à medida que Re cresce, e se propaga a jusante do escoamento.

A determinação numérica do valor de Re a partir do qual existem múltiplas soluções para o escoamento, depende da malha computacional utilizada. Para uma malha de 50×46 pontos nodais (direções X e R , respectivamente), a bifurcação ocorre em $Re = 113$. Para a malha de 70×70 pontos nodais, a bifurcação ocorre em $Re = 117$. Adicionalmente, há que se ressaltar que a convergência da solução assimétrica é extremamente lenta nas proximidades desse ponto.

A natureza instável das soluções simétricas é notada pela dificuldade em obtê-las. O próprio esquema numérico introduz pequenas perturbações devidas ao método de solução das equações algébricas ou a erros de truncamento. Esse "ruído numérico" é suficiente na maior parte dos casos para desestabilizar as soluções simétricas. Em geral, as soluções convergem para os campos assimétricos, mesmo partindo-se de campos iniciais simétricos. Para se obter uma solução simétrica para valores elevados de Re , as varreduras do algoritmo de Thomas ao longo da direção transversal foram eliminadas. Mesmo assim, ao se tentar levar as soluções simétricas a um nível de convergência melhor do que o estabelecido, os erros de truncamento se tornam suficientes para desestabilizar as soluções simétricas.

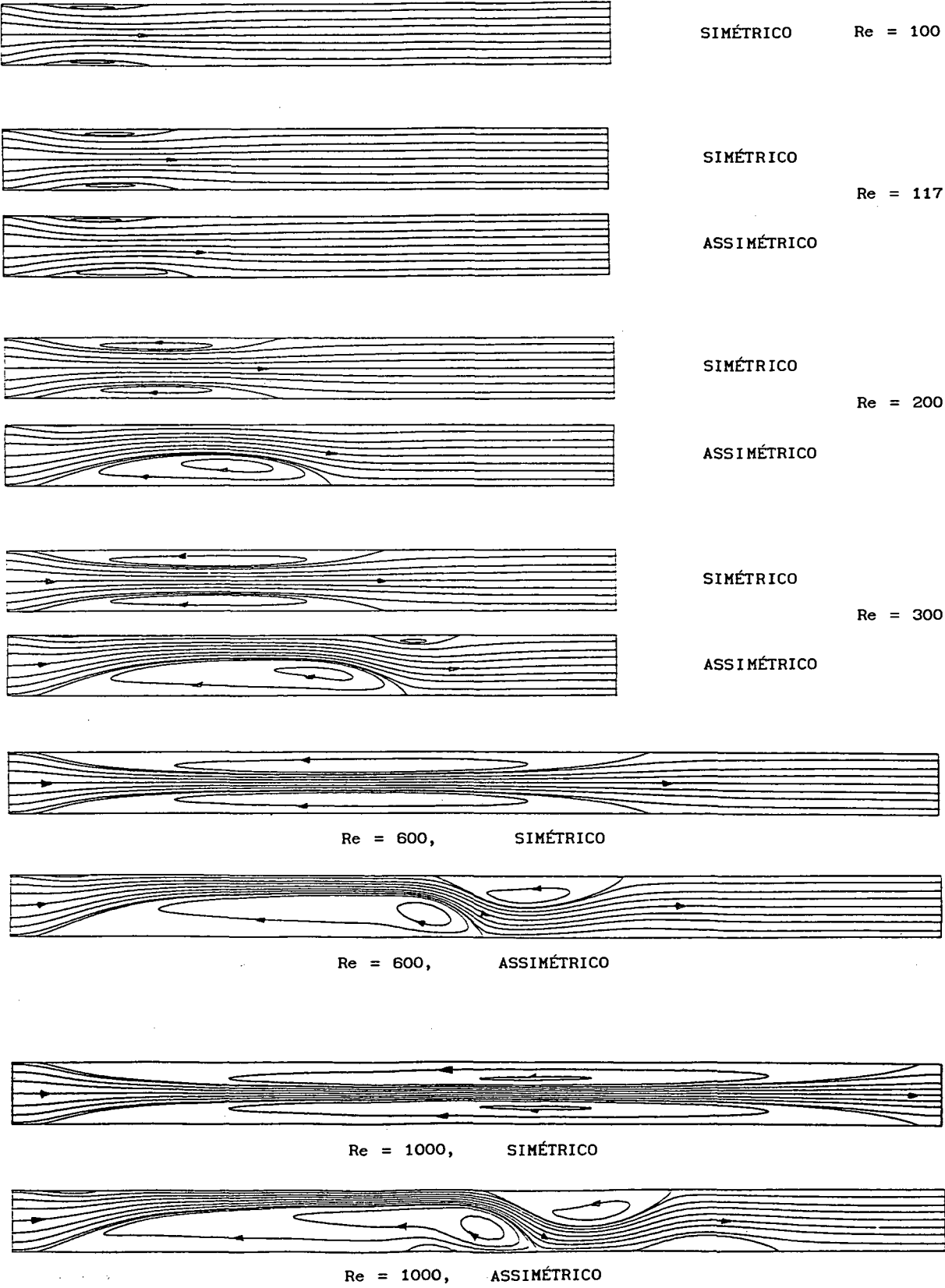


Figura 5.1 - Linhas de corrente características para diversos Re.

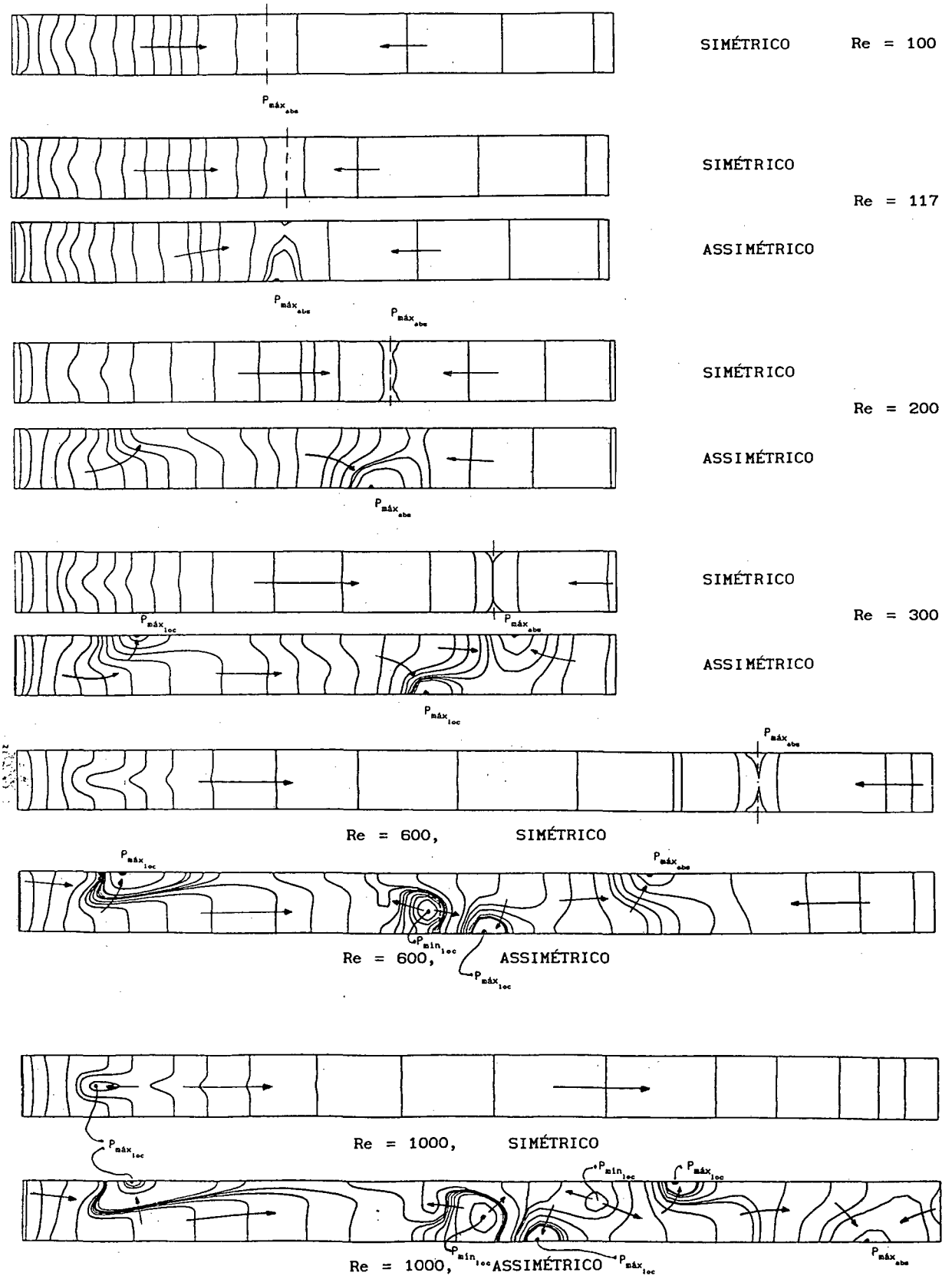


Figura 5.2 - Isobáricas características para diversos Re .

As soluções assimétricas, ao contrário, são estáveis a perturbações bastante intensas. Tais perturbações foram impostas na tentativa de se encontrar alguma solução não estacionária. No entanto, dado o caráter estável das soluções assimétricas obtidas, as perturbações são amortecidas e o escoamento retorna a sua configuração original.

Na figura 5.2 são apresentadas as curvas isobáricas correspondentes às linhas de corrente mostradas na figura 5.1. As setas que aparecem nos mapas das isobáricas indicam o sentido de crescimento da pressão. São também indicados os pontos de pressão máxima e mínima, tanto locais como absolutos. Independentemente de Re , a pressão mínima absoluta está sempre junto à entrada do difusor.

Tanto para as configurações simétricas como para as assimétricas a pressão cresce a partir da entrada, atinge um ponto de máximo e a seguir cai. O aumento de pressão na entrada está associado a um escoamento predominantemente invíscido, quando o balanço de quantidade de movimento se dá entre os termos de inércia e o de pressão, na equação de Navier-Stokes. O aumento de pressão na direção radial é devido à redução de velocidade associada ao aumento de área da seção transversal. A partir do ponto de pressão máxima absoluta ocorre uma inversão no balanço de forças. O escoamento passa a ser predominantemente viscoso, sendo que os termos de difusão sobrepõem os de inércia e fazem o balanço com o termo de pressão. A pressão então cai devido ao atrito viscoso com as paredes do difusor. O ponto de pressão máxima se move a jusante com o aumento de Re . Isso indica que a região de escoamento predominantemente invíscido se torna cada vez maior à medida que Re cresce. Para as configurações simétricas, a pressão é quase constante ao longo da direção transversal, à exceção da região de entrada do escoamento. O gradiente de pressão transversal na entrada do difusor está associado à separação do escoamento das paredes do difusor, com a formação de duas regiões de recirculação, conforme pode-se observar comparando as figuras 5.1 e 5.2. A pressão é essencialmente constante na direção transversal dentro das regiões de recirculação passando a crescer, na direção transversal, desde o limite externo das recirculações até o plano que corta o difusor ao meio ($X = S$). Esta característica é mais evidente nas figuras correspondentes à configuração simétrica de $Re = 600$ e 1000 .

Nas configurações assimétricas os campos de pressão apresentam um comportamento bem mais rico do que aquele observado nas configurações simétricas. Comparando as curvas de isobáricas com as curvas de linhas de

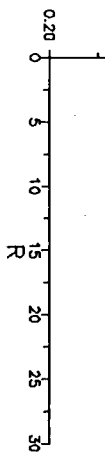
corrente observa-se que os pontos de pressão máxima coincidem com os pontos de reatamento do escoamento após as regiões de recirculação. Nestes pontos a corrente principal do escoamento se choca com as paredes do difusor causando um aumento de pressão. Os pontos de pressão mínima local estão associados ao centro de rotação das regiões de recirculação, ponto em relação ao qual o fluido gira. Nestas posições a corrente principal do escoamento faz uma curva forte e se desloca de uma parede do difusor a outra. Os pontos de mínimo estão então associados à presença de um gradiente de pressão transversal, o qual está ligado à mudança de direção da corrente principal (força centrípeta). Na região correspondente ao início das regiões de recirculação grandes, situadas no disco inferior junto à entrada do difusor, o comportamento da pressão é o mesmo observado para as configurações simétricas ou seja, constante ao longo da direção transversal dentro da região de recirculação e crescente a partir do limite externo da recirculação.

5.2 Perfis de Pressão Média e de Pressão ao longo dos Discos

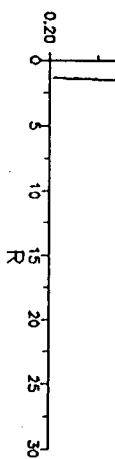
As curvas isobáricas da figura 5.2 indicam o sentido do gradiente de pressão ao longo de todo o domínio. A fim de complementar as informações relativas aos campos de pressão, serão apresentadas curvas de pressão média transversal e de pressão local nos discos que compõem o difusor, ao longo da posição radial.

As curvas de pressão média transversal são obtidas integrando-se a distribuição de pressão ao longo de cada seção transversal. Nas figuras 5.3 a) a e) são apresentadas as curvas, para as configurações simétrica e assimétrica, correspondentes a números de Reynolds iguais a 117, 200, 300, 600 e 1000, respectivamente. Em todos os casos a pressão foi referenciada à pressão média na entrada do difusor, em $R = 1$. Em outras palavras, subtraiu-se a pressão média em $R = 1$ de todo o campo de pressões.

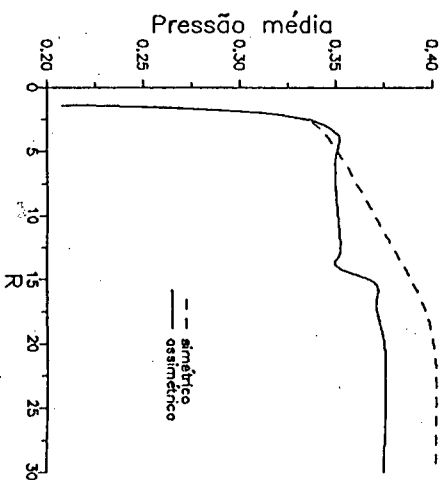
Para $Re = 117$, figura 5.3 a), as curvas correspondentes às configurações simétrica e assimétrica são praticamente coincidentes em virtude da baixa assimetria do escoamento. Quando a assimetria cresce, $Re = 200$ e 300 , o comportamento da pressão média para a configuração assimétrica se modifica bastante, apresentando dois pontos de inflexão. Para $Re = 600$ e 1000 o comportamento da pressão média, ainda no caso assimétrico, se torna bastante irregular com uma série de máximos e mínimos locais.



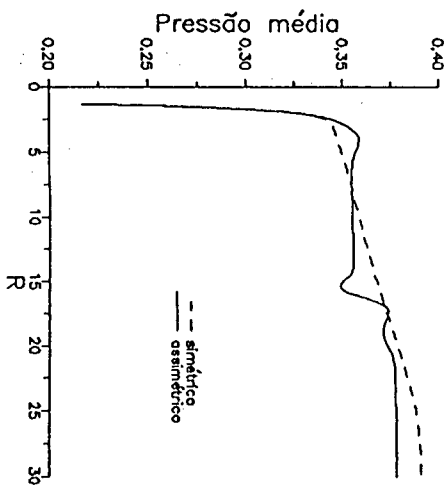
b) $Re = 200$



c) $Re = 300$

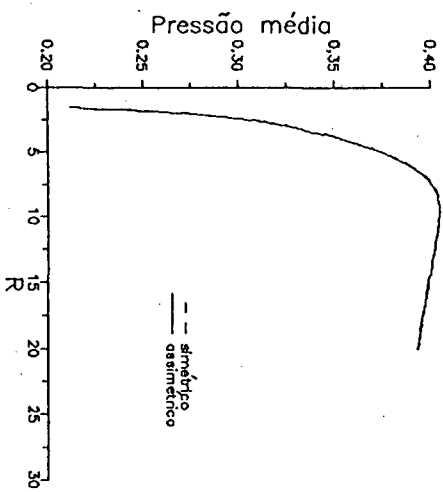


d) $Re = 600$

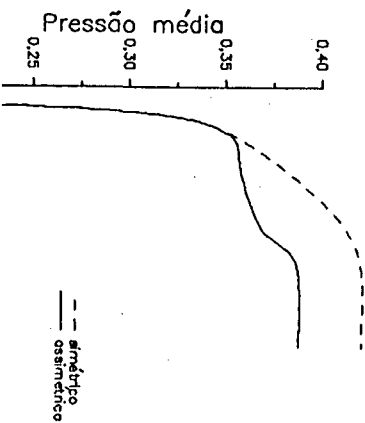
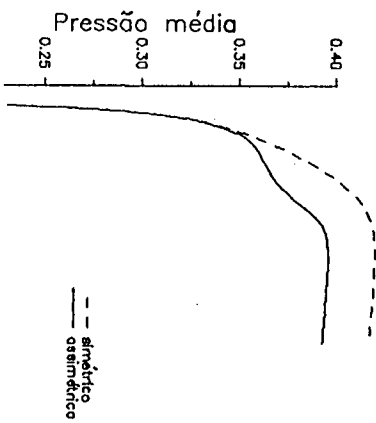


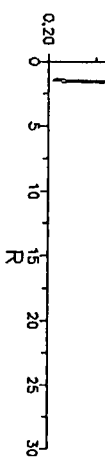
e) $Re = 1000$

Figura 5.3 - Pressão média na seção transversal

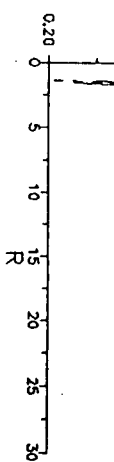


a) $Re = 117$

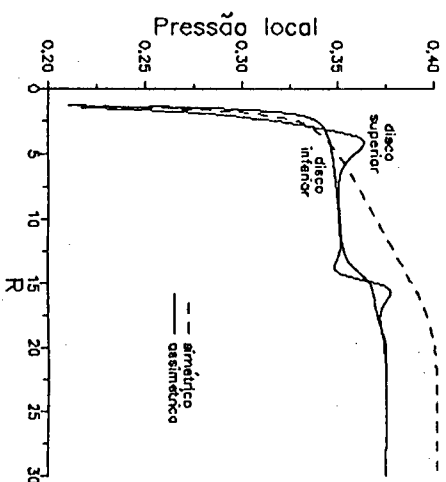




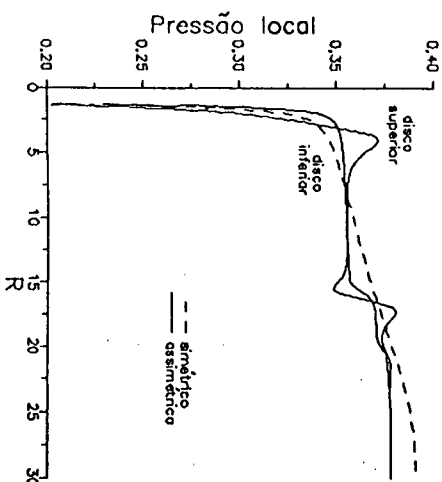
b) $Re = 200$



c) $Re = 300$

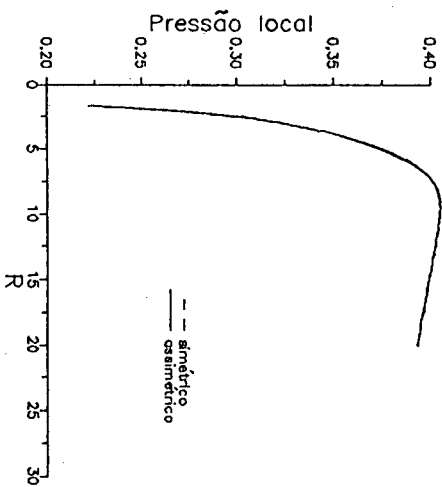


d) $Re = 600$

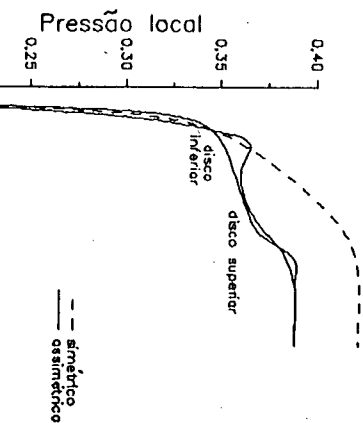
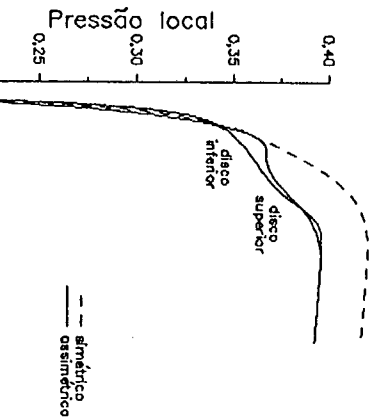


e) $Re = 1000$

Figura 5.4 - Pressão local nas paredes do difusor



a) $Re = 117$



Em todos os casos, $Re = 117$ a 1000 , o comportamento da pressão média para a configuração simétrica é semelhante, crescendo monotonicamente desde a entrada até um ponto de máximo. Logo após este ponto, a pressão média apresenta uma tendência a decrescer.

A pressão na saída do difusor (R_2) para a configuração assimétrica é sempre menor do que para a configuração simétrica. Admitindo-se que a forma do perfil de velocidades na saída do difusor seja igual para as duas configurações, deduz-se que o estado energético do fluido na saída do difusor é menor para a configuração assimétrica do que para a simétrica, corroborando a idéia de que a configuração assimétrica é mais estável.

Nas figuras 5.4 a) a e) são mostradas as curvas de pressão local ao longo dos discos que compõem o difusor, para $Re = 117$ a 1000 . Para cada Re é apresentada uma curva correspondente à configuração simétrica e duas correspondentes à configuração assimétrica, uma para o disco superior e outra para o inferior. As curvas de pressão local para as configurações simétricas, são virtualmente iguais às curvas de pressão média (figura 5.3) para a mesma configuração. Este resultado já era esperado, uma vez que os mapas de isobáricas (figura 5.2) mostram que, exceto próximo à entrada do difusor, a pressão é essencialmente constante ao longo da direção transversal para as configurações simétricas.

Para as configurações assimétricas o comportamento das curvas de pressão local nos discos é diferente das curvas de pressão média para a mesma configuração, em virtude dos gradientes transversais de pressão existentes. Os máximos para as curvas de pressão local, para $Re = 600$ e 1000 por exemplo, são devidos ao choque da corrente principal com os discos, logo após o reatamento das linhas de corrente com as paredes do difusor. O ponto de mínimo local está associado à formação de uma pequena recirculação dentro da recirculação grande, junto ao disco inferior, que pode ser observada na figura 5.1 para $Re = 1000$.

Para todos os Re , as curvas de pressão local junto aos discos superior e inferior, correspondentes à configuração assimétrica, colapsam na entrada e na saída do difusor, indicando que os gradientes de pressão transversal são pequenos nessas regiões.

Como já mencionado anteriormente, todas as curvas de pressão, tanto locais como médias, foram referenciadas à pressão média na entrada dos discos, em $R = 1$. Diante disso, a pressão na entrada do domínio, em $R = 2/3$, é da ordem de $-0,5$ para todos os casos. É interessante observar

que quase toda a recuperação de pressão se dá para valores de R muito baixos. As trocas de concavidade, pontos de máximo e mínimo mostrados nas figuras 5.3 e 5.4 se dão após a maior parte da recuperação da pressão.

5.3 Tensão Cisalhante nos Discos

Para descrever o arrasto imposto pelo escoamento nas paredes do difusor, são mostradas nas figuras 5.5 a) a e) as tensões de cisalhamento correspondentes a números de Reynolds iguais a 117, 200, 300, 600 e 1000, respectivamente. A tensão cisalhante adimensional foi calculada através da seguinte expressão:

$$\Omega_{di} = \frac{1}{Re} \left. \frac{\partial V}{\partial X} \right|_{x=0} \quad (5.1)$$

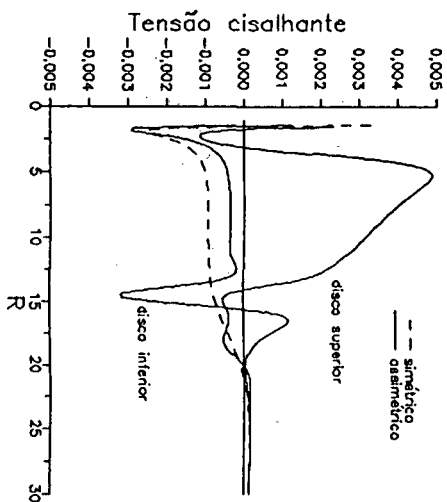
$$\Omega_{ds} = - \frac{1}{Re} \left. \frac{\partial V}{\partial X} \right|_{x=s}$$

onde Ω_{di} e Ω_{ds} são as tensões cisalhantes nos discos inferior e superior, respectivamente. Ambas as tensões foram adimensionalizadas por ρv^{-2} . Alternou-se o sinal (positivo ou negativo) para o cálculo das tensões cisalhantes de forma que as tensões negativas correspondessem sempre a escoamentos reversos.

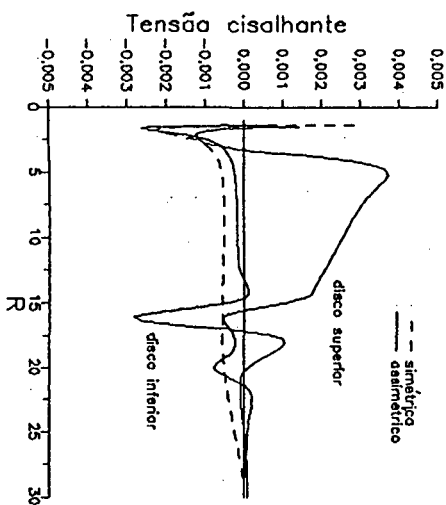
A tensão de cisalhamento na entrada dos discos, para qualquer Re e configuração, assume um valor mais alto do que no resto do difusor. Isto acontece porque o escoamento, inicialmente livre na entrada do domínio, é desacelerado até uma velocidade nula na entrada dos discos para satisfazer a condição de não-deslizamento. Na saída do difusor, as curvas referentes à situação assimétrica colapsam em uma única curva, indicando que o escoamento estabilizou-se e retornou a uma situação simétrica.

Nas regiões de escoamento reverso, para $Re \geq 200$, observa-se que as configurações assimétricas apresentam dois picos de tensão cisalhante dentro da mesma recirculação, enquanto que as configurações simétricas apresentam apenas um pico. Na região entre picos, a configuração assimétrica apresenta valores de tensão cisalhante, e conseqüentemente velocidades, inferiores aos da configuração simétrica. Os picos nas tensões de cisalhamento estão associados a uma menor área de passagem disponível para o escoamento, com conseqüente aumento dos gradientes de velocidade na parede.

b) $Re = 200$

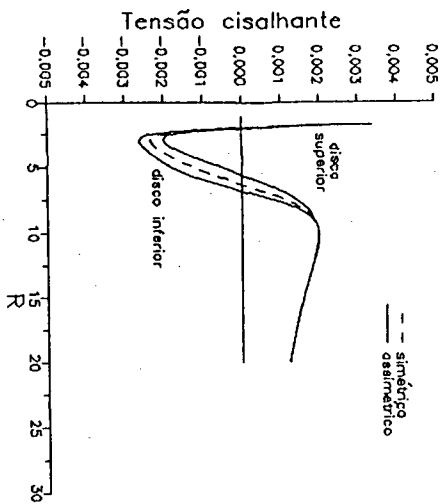
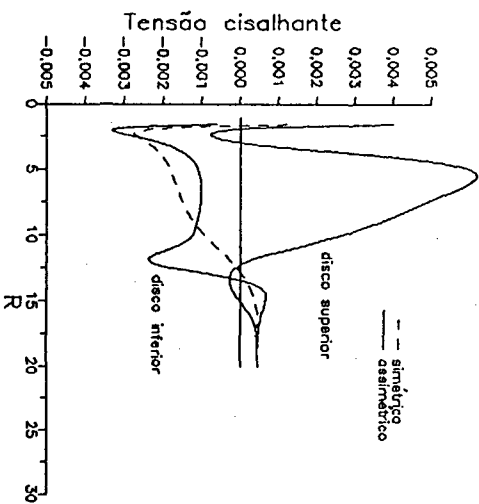
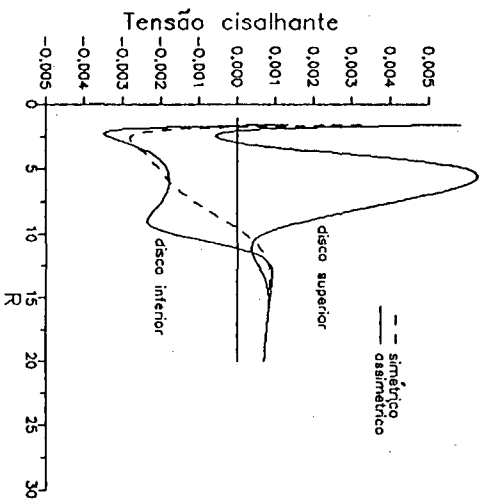


c) $Re = 300$



d) $Re = 600$

Figura 5.5 - Tensão cisalhante nas paredes do difusor

a) $Re = 117$ 

5.4 Energia Mecânica

Para investigar a estabilidade das soluções é interessante ter acesso a um parâmetro que descreva o comportamento da energia mecânica ao longo da direção radial. Comparando-se, para um mesmo Re , curvas de energia mecânica média correspondentes a configurações diversas, pode-se determinar qual das configurações é mais estável.

A fim de que a energia mecânica média seja representativa do estado energético do escoamento em cada seção transversal, a sua definição deve ser um análogo mecânico da temperatura de mistura. Em outras palavras, da mesma forma que a diferença de temperaturas de mistura é representativa da quantidade de calor que um escoamento troca, deseja-se que a diferença entre dois valores de energia mecânica média represente a energia gasta por um escoamento ao passar de uma seção transversal a outra.

Define-se então a energia mecânica média (E) como sendo:

$$E(R) = \frac{\int_0^S \left[P + \frac{\vec{V} \cdot \vec{V}}{2} \right] V dX}{\int_0^S V dX} \quad (5.2)$$

A energia mecânica média nada mais é do que a soma, ao longo de uma seção transversal, das contribuições da energia cinética e de pressão do escoamento, ponderadas pela velocidade. A pressão que consta da definição de E é referenciada à pressão média na entrada dos discos, conforme adotado para as curvas de pressão média e local.

Na figura 5.6 são mostradas duas curvas típicas de energia mecânica média ao longo da posição radial. Uma curva é referente à configuração simétrica e a outra é referente à configuração assimétrica do escoamento, ambas para $Re = 300$. As curvas correspondentes aos outros números de Reynolds não são apresentadas, uma vez que são semelhantes às mostradas na figura 5.6.

Observa-se na região a montante dos discos, onde o escoamento é predominantemente invíscido, uma perda abrupta de energia seguida de um ganho de energia, inexplicável, logo após a entrada do escoamento na região confinada pelos discos. Estes fatos evidenciam que o método

empregado para a solução das equações que regem o escoamento não é conservativo do ponto de vista de energia mecânica. Corrobora esta afirmação o fato de que esses problemas diminuem sensivelmente com o refino da malha computacional utilizada.

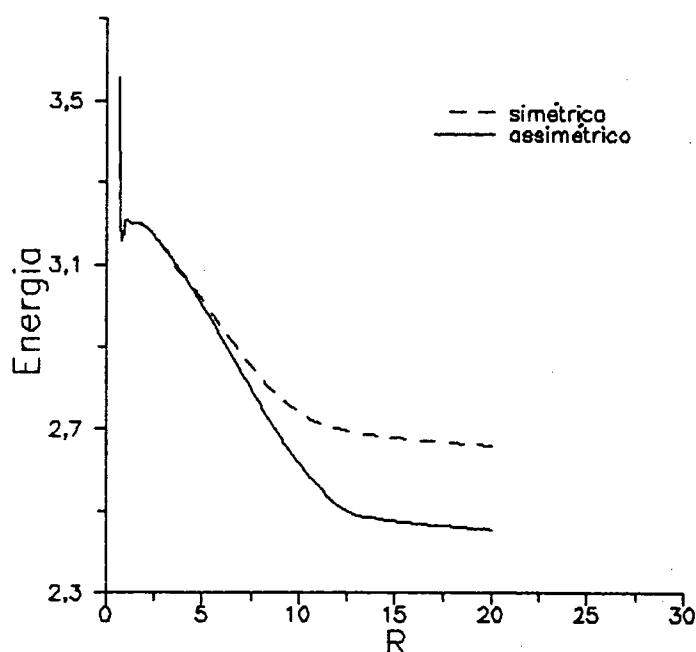


Figura 5.6 - Energia mecânica média na seção transversal; $Re = 300$.

Retornando à estabilidade das configurações, pode-se observar que as duas configurações partem de um mesmo nível de energia mecânica média na entrada do difusor mas levam a diferentes níveis de energia na saída do difusor. É bem claro que a configuração assimétrica leva a um nível energético mais baixo do que a configuração simétrica.

É intuitiva a idéia de que entre várias configurações possíveis, a natureza escolhe a que leva a um nível mais baixo de energia. Por esse ponto de vista, conclui-se que a configuração assimétrica é mais estável do que a simétrica.

Há que se ressaltar que embora se possa afirmar qual é a configuração mais estável, nada se pode dizer sobre a instabilidade de uma solução a partir das curvas de energia mecânica média. Em outras palavras, embora se conclua que uma solução é mais estável, não se pode afirmar que a outra é instável, a partir das curvas de energia mecânica média.

5.5 Diagrama de Bifurcação

Até aqui as soluções encontradas para o escoamento radial foram extensivamente investigadas em seus aspectos hidrodinâmicos. Traçaram-se linhas de corrente, isobáricas, curvas de pressão média e local, tensão cisalhante e de energia mecânica média. Acredita-se que estas informações sejam suficientes para a caracterização das soluções. Além disso discutiu-se a questão da estabilidade das várias configurações encontradas para um mesmo valor do parâmetro utilizado para se investigar o escoamento, Re . Observou-se que das três soluções encontradas para $Re > 115$, haviam duas estáveis e outra instável.

É interessante agora que se possa representar todas as soluções em um único diagrama, de forma que se tenha uma visão global das soluções do problema e da bifurcação. Para tanto, define-se uma variável que seja representativa de cada solução encontrada. A exemplo de Sobey e Drazin [14], é utilizada uma variável ligada ao grau de assimetria do escoamento. Esta variável é definida como:

$$\zeta^2 = \frac{\int_{R_0}^{R_2} \int_0^S \left[\psi_{(X,R)} + \psi_{(S-X,R)} \right]^2 dX dR}{S (R_2 - R_0)} \quad (5.3)$$

onde ψ é a função corrente. Assumiu-se $\psi_{(X=S/2; R=R_0)} = 0$, para o cálculo de ζ . Assim, no caso de escoamentos simétricos, os valores de ψ em pontos dispostos simetricamente em relação ao plano médio de separação dos discos terão módulos iguais e sinais opostos. Conseqüentemente, para qualquer solução simétrica tem-se $\zeta = 0$. No caso de soluções assimétricas ζ será diferente de zero. Quanto mais assimétrico o escoamento, maior o módulo de ζ . Se o escoamento for defletido em direção ao disco superior ζ é positivo, caso contrário, quando a corrente principal é desviada para o disco inferior, ζ é negativo.

Na figura 5.7 é apresentado o diagrama de bifurcação, onde se vê ζ versus Re , referente ao presente trabalho. O diagrama resume parte do que foi dito até o momento. Para $Re < 115$ o problema admite uma única solução, simétrica, representada pela linha cheia $\zeta = 0$ desde $Re = 0$ até $Re \approx 115$. Em $Re \approx 115$ ocorre um ponto de bifurcação a partir do qual passam a existir três soluções para um mesmo valor de Re , como indicado.

Para $Re > 115$, as linhas cheias $\zeta \neq 0$ representam as soluções estáveis, assimétricas, e a linha tracejada, $\zeta = 0$, representa a solução instável, simétrica. Nota-se que à medida que Re cresce, o valor de ζ , e consequentemente a assimetria, também cresce.

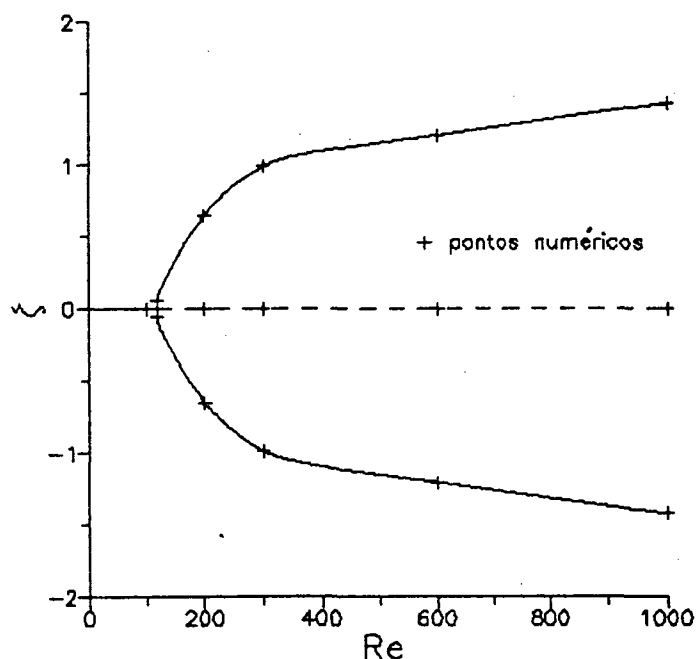


Figura 5.7 - Diagrama de bifurcação

Deve-se ressaltar que já faz muito tempo que bifurcações e estabilidade de escoamentos são objetos de estudo da teoria de Bifurcação e da teoria de Sistemas Dinâmicos. Diagramas de bifurcação são comumente encontrados na literatura. O tipo de bifurcação encontrado no presente trabalho já foi há muito cadastrado e recebe o nome de forquilha (em inglês, pitchfork).

Há uma grande quantidade de trabalhos sendo publicados atualmente na área de Sistemas Dinâmicos, revelando características e comportamentos desconhecidos até pouco tempo atrás. Abre-se a perspectiva de novos caminhos para um melhor entendimento da transição entre regimes laminar e turbulento, na área da Mecânica dos Fluidos, e sua implicação sobre a transferência de calor.

O leitor interessado deve consultar Gleick [36], Bergé et alli [37] e Seydel [38], que são textos introdutórios e que fornecem uma boa visão do assunto sem incorrer em um formalismo exagerado.

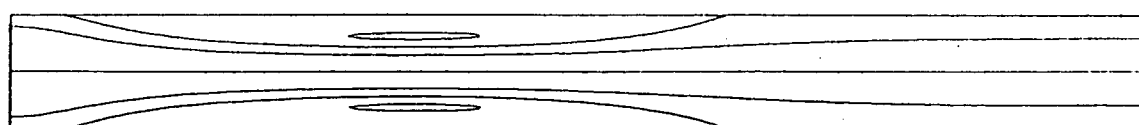
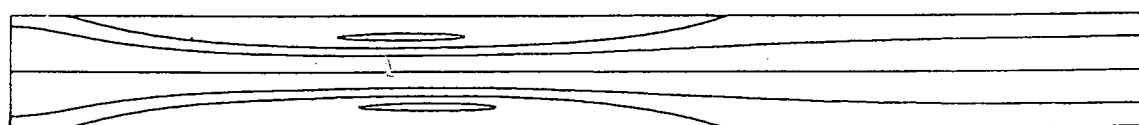
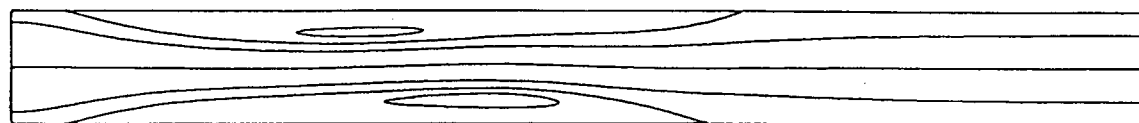
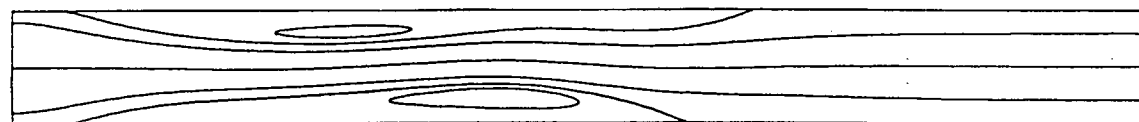
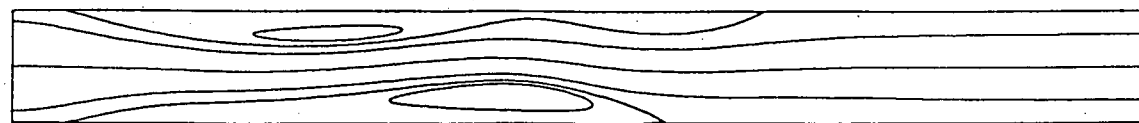
5.6 Transiente entre Soluções Simétrica e Assimétrica

Como já foi mencionado, não foi possível encontrar soluções periódicas para o escoamento radial neste trabalho. Afirmou-se, porém, que as soluções simétricas são instáveis, e que o ruído numérico introduzido pelos erros de truncamento do computador utilizado, além do ruído gerado pelo método de solução, é suficiente para perturbar a solução simétrica e levar o escoamento a uma configuração assimétrica, estável.

A fim de ilustrar um comportamento transiente do escoamento radial, é apresentada na figura 5.8 a seqüência de eventos, linhas de corrente instantâneas, que ocorrem na passagem da configuração simétrica para a assimétrica quando o número de Reynolds é igual a 300. Utilizou-se como campo inicial, em $\tau = 0$, a solução simétrica, para $Re = 300$, apresentada na figura 5.1. Até $\tau = 520$ a perturbação imposta pelos erros de truncamento ainda não cresceu a ponto de ser notada. Em $\tau = 625$ já se pode observar os efeitos da perturbação, que se torna visível pelo desalinhamento das linhas de corrente do interior das regiões de recirculação. Para $\tau = 700, 725$ e 750 a perturbação se torna cada vez mais intensa, sendo que seus efeitos são visíveis pela formação de uma concavidade na recirculação situada junto ao disco superior. Em $\tau = 775$ esta recirculação separa-se em duas partes dando origem a duas recirculações. A mesma seqüência de formação de concavidade e separação de uma recirculação grande em duas menores é vista no disco inferior para $\tau = 825$ e 850 . Para τ variando de 775 a 850 , observa-se que a segunda região de recirculação no disco superior se desloca a jusante, acompanhando o escoamento até colapsar. A partir de $\tau = 875$ até $\tau = 1500$, a seqüência de eventos ilustra o crescimento da recirculação junto ao disco superior e a diminuição e deslocamento a jusante da segunda recirculação junto ao disco inferior. Em $\tau = 1500$ o escoamento já está muito próximo de atingir regime permanente. A aparência das linhas de corrente já é muito semelhante à imagem em um espelho da configuração assimétrica, para $Re = 300$, mostrada na figura 5.1. Observou-se então a formação da terceira solução para $Re = 300$, assimétrica, que não foi apresentada na figura 5.1, já que era óbvia.

O intervalo de tempo utilizado para se avançar a solução no tempo foi de 0,5 unidades, maior que o proposto no capítulo 3 ($\Delta\tau = 10^{-2}$ a 10^{-3}) em virtude da transição entre as configurações ser demasiado longa. As varreduras do algoritmo de Thomas ao longo da direção transversal foram

eliminadas, de forma que os erros de truncamento do computador foram as únicas fontes de perturbação presentes na simulação. Deve-se ressaltar que, embora o intervalo de tempo utilizado tenha sido aumentado para reduzir o tempo computacional gasto, este teve que ser maior do que um valor crítico. Caso contrário, a configuração simétrica não se desestabilizaria. Observou-se que para o intervalo de tempo proposto no capítulo 3, os erros de truncamento não desestabilizavam o escoamento. A desestabilização só ocorreu, para $Re = 300$, quando o intervalo de tempo foi feito maior do que 0,1.


 $\tau = 520$

 $\tau = 625$

 $\tau = 700$

 $\tau = 725$

 $\tau = 750$

 $\tau = 775$

 $\tau = 800$

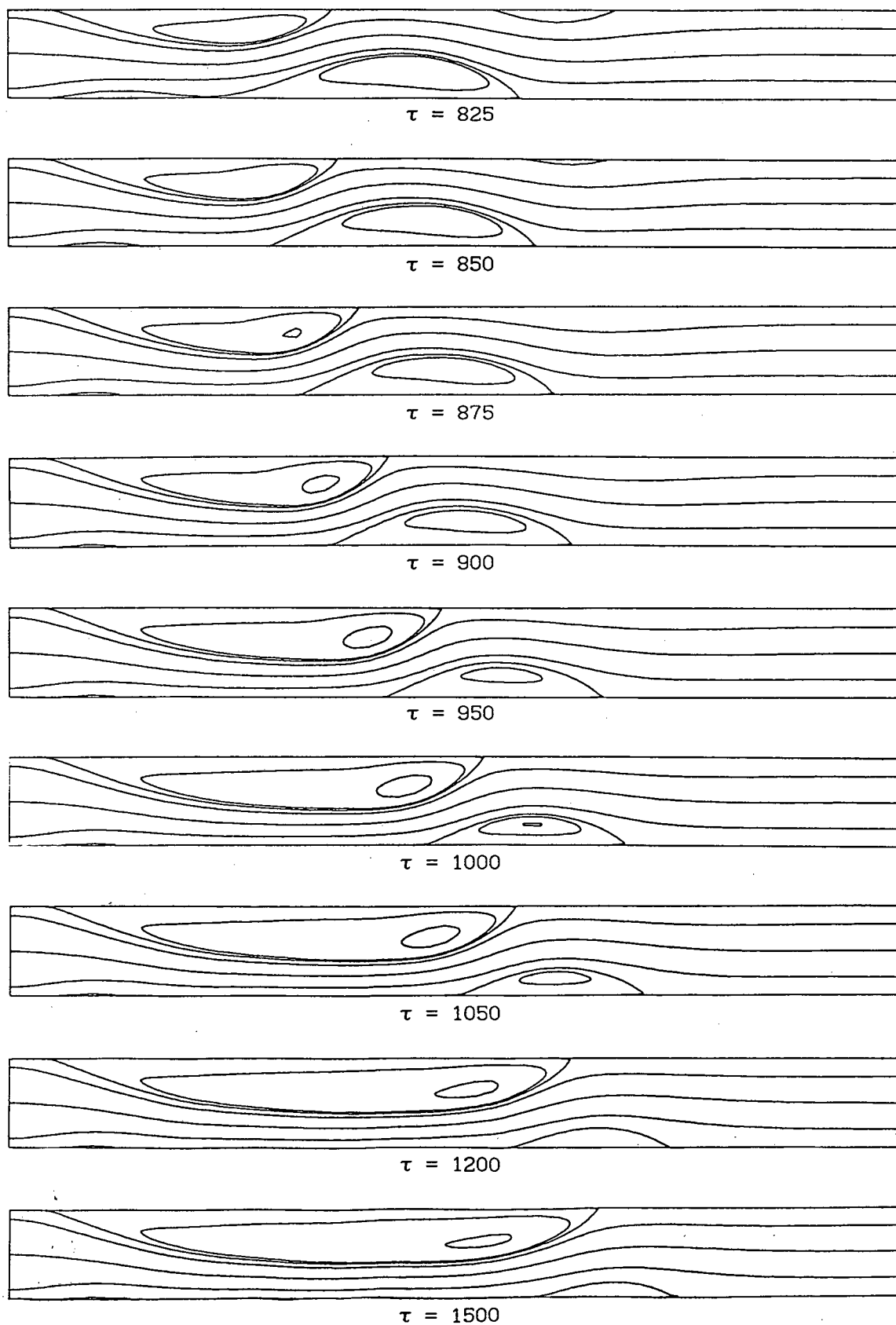


Figura 5.8 - Linhas de corrente instantâneas na passagem da configuração simétrica para a assimétrica, $Re = 300$, $S = 2$.

CAPÍTULO 6

TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Até este ponto a discussão se restringiu à dinâmica do escoamento radial. Todas as soluções, estáveis e instáveis, foram retratadas através de diversos parâmetros ligados ao movimento do fluido.

O objetivo agora é estudar o comportamento térmico do escoamento associado ao comportamento dinâmico discutido anteriormente. Pretende-se investigar a transferência de calor no escoamento radial para diversos Re e verificar qual das diferentes configurações, simétrica ou assimétrica, é mais eficiente em relação à troca de calor.

Conforme exposto no capítulo 2, a condição na qual foi estudada a transferência de calor corresponde a um fluido frio, a $\theta = 0$, trocando calor com as paredes do difusor mantidas a uma temperatura uniforme $\theta = 1$. Em todos os casos estudados o número de Prandtl do fluido foi mantido constante, igual a 0,7, variando-se apenas o número de Reynolds do escoamento. As propriedades físicas do fluido tais como ρ , C_p , μ , e k foram admitidas constantes ao longo de todo o domínio.

Para caracterizar as soluções, os resultados obtidos serão apresentados na forma de curvas da temperatura de mistura do escoamento ao longo da direção radial, e de curvas do número de Nusselt local ao longo das paredes do difusor.

6.1 Temperatura de Mistura

Os primeiros resultados a serem explorados são as curvas de temperatura de mistura ao longo da direção radial. A definição usada aqui para o cálculo da temperatura de mistura é:

$$\theta_m = \frac{\int_0^S \theta V dX}{\int_0^S V dX} \quad (6.1)$$

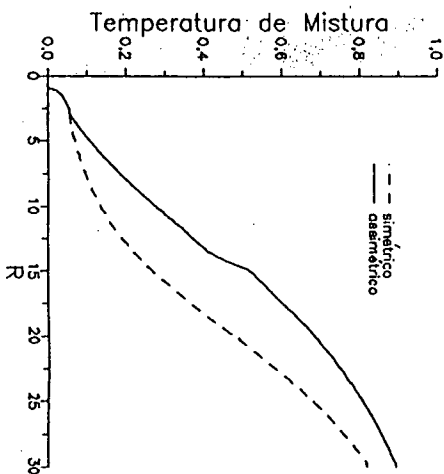
onde θ e θ_m representam a temperatura local e a temperatura de mistura do escoamento, respectivamente. Todas as quantidades da expressão (6.1) estão devidamente adimensionalizadas, conforme mostrado no capítulo 2. Note-se que na equação (6.1) utiliza-se a velocidade com seu sinal positivo, ou negativo, dependendo das regiões de recirculação. Muitos autores, conforme mostrado por Prata et alli [39], adotam, erroneamente, o módulo da velocidade na definição da temperatura de mistura.

As figuras 6.1 a) a e) apresentam curvas de temperatura de mistura ao longo da posição radial, para as configurações simétrica e assimétrica, correspondentes a números de Reynolds iguais a 117, 200, 300, 600 e 1000, respectivamente.

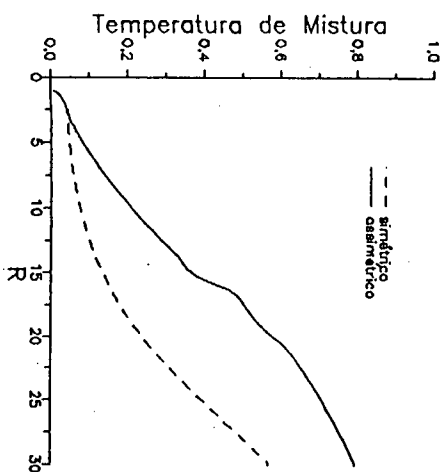
Para $Re = 117$, figura 6.1 a), as curvas são coincidentes, já que o grau de assimetria do escoamento ainda é muito pequeno. Para $Re = 200$, figura 6.1 b), as curvas correspondentes às configurações simétrica e assimétrica ainda estão muito próximas entre si, apesar da assimetria do escoamento já ser intensa. Nota-se que a temperatura de mistura correspondente à configuração assimétrica é levemente superior do que a correspondente à configuração simétrica, ao longo de todo o domínio. Esta característica se acentua à medida que Re cresce, figuras 6.1 c), d) e e), indicando que a troca de calor é mais intensa para as configurações assimétricas.

Observando-se as linhas de corrente correspondentes às configurações simétrica e assimétrica para os diversos Re , figura 5.1, pode-se justificar o aumento na troca de calor como consequência do maior contato que a corrente principal tem com os discos no caso das configurações assimétricas. Nesse caso as paredes do difusor são "lavadas" com intensidade muito maior do que no caso das configurações simétricas. Nestas, ambas as paredes do difusor estão em contato com regiões de recirculação grandes, as quais retardam a transferência de calor já que a renovação de fluido não é eficiente nas zonas de recirculação. Como o escoamento não penetra na região de recirculação, a troca de calor entre a mesma e a corrente principal se dá por condução, que é um modo menos eficiente para a troca de calor. O fluido que está dentro da recirculação então se aquece e a troca de calor com as paredes é reduzida.

b) $Re = 200$



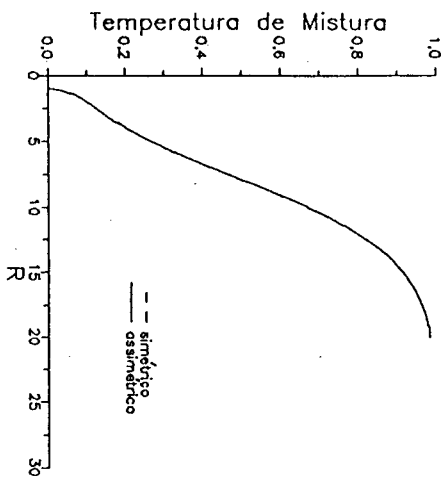
c) $Re = 300$



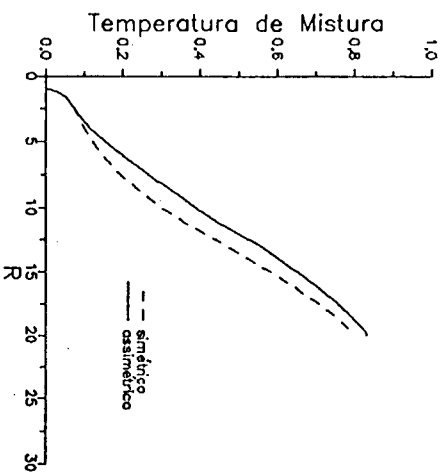
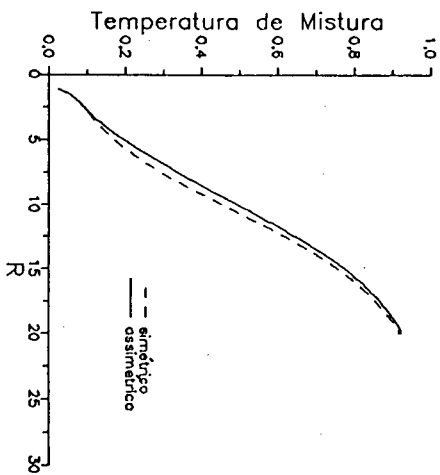
d) $Re = 600$

e) $Re = 1000$

Figura 6.1 - Temperatura de mistura na seção transversal



a) $Re = 117$



Na região a jusante das recirculações (R grande) a configuração simétrica troca mais calor do que a assimétrica, já que a variação da temperatura de mistura ao longo do raio é maior para a configuração simétrica, nesta região. Isso é óbvio considerando que nessa região os perfis de velocidade das duas configurações se tornam semelhantes. Como a diferença de temperatura entre o escoamento e os discos se tornou maior para a configuração simétrica, o calor trocado também deve ser maior. Tal fato se torna evidente ao se analisar os números de Nusselt locais.

6.2 Número de Nusselt Local

A maneira como se dá a troca de calor entre os discos e o escoamento será visualizada através dos números de Nusselt locais, definidos como:

$$Nu_{di} = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{x=0} \quad (6.2)$$

$$Nu_{ds} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{x=S}$$

onde Nu_{ds} e Nu_{di} são os números de Nusselt locais correspondentes aos discos superior e inferior, respectivamente.

Nas figuras 6.2 a) a e) são mostradas as curvas do número de Nusselt local ao longo da posição radial, correspondentes aos campos de linhas de corrente da figura 5.1, para as configurações simétrica e assimétrica e $Re = 117, 200, 300, 600, \text{ e } 1000$. Para a configuração assimétrica são apresentadas duas curvas correspondentes aos discos superior e inferior. No caso da configuração simétrica é apresentada apenas uma curva, já que a curva de Nusselt é igual para os dois discos.

O número de Nusselt logo na entrada dos discos é muito alto, independentemente de Re e da configuração. Nessa região o fluido frio experimenta seu primeiro contato com as paredes quentes dos discos. A troca de calor é muito intensa, resultando em um Nu muito alto. Se a difusão na direção radial houvesse sido desprezada, a troca de calor seria infinita, assim como Nu , uma vez que o fluido a $\theta = 1$ estaria em contato com a parede a $\theta = 0$. Havendo difusão radial o fluido é aquecido já antes de chegar nos discos.

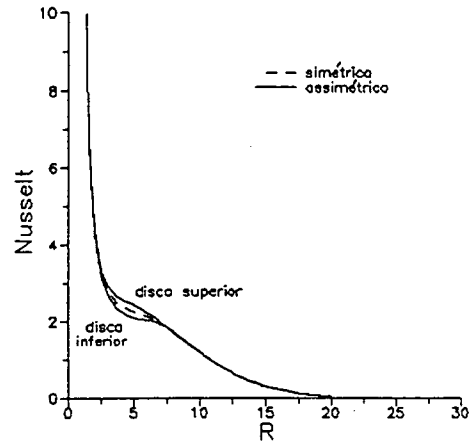
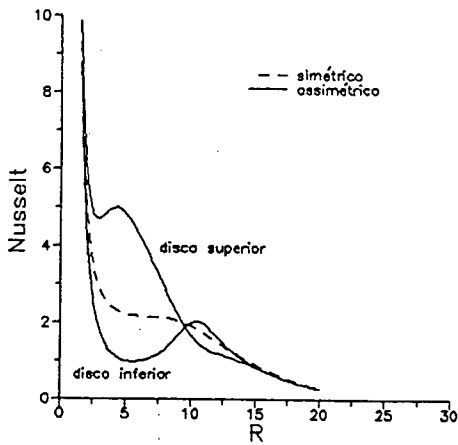
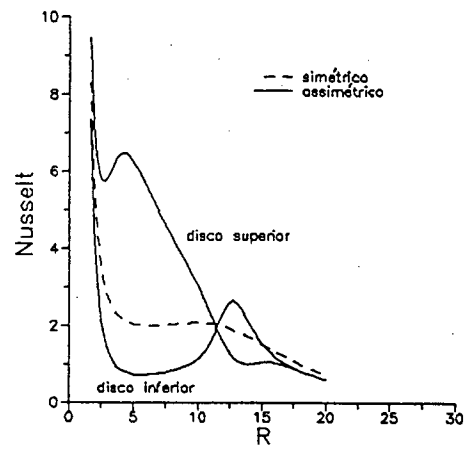
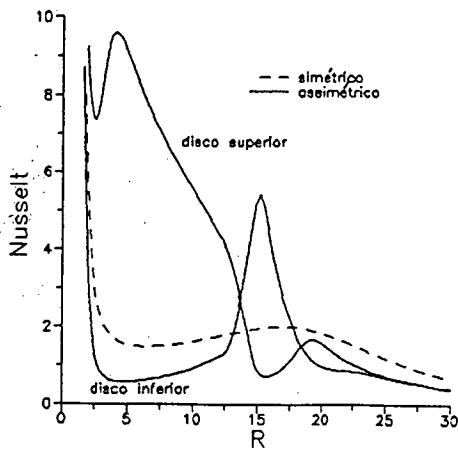
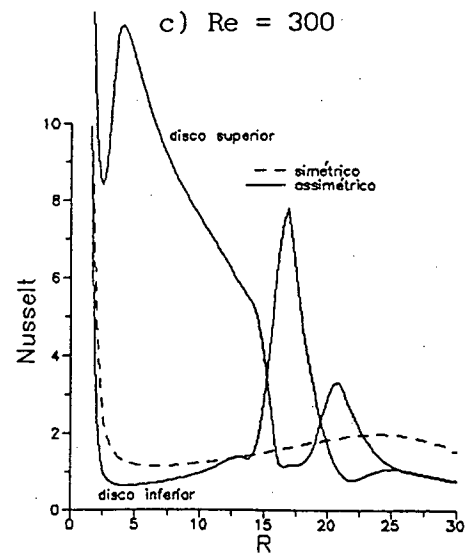
a) $Re = 117$ b) $Re = 200$ c) $Re = 300$ d) $Re = 600$ e) $Re = 1000$

Figura 6.2 - Número de Nusselt local nas paredes do difusor

Na saída do difusor as curvas correspondentes aos discos superior e inferior, na configuração assimétrica, colapsam em uma única curva, indicando que o escoamento está plenamente desenvolvido. Nessa região a curva correspondente à configuração simétrica sobrepuja as correspondentes à configuração assimétrica, indicando que a configuração simétrica troca mais calor. Isso está de acordo com o comportamento das curvas de temperatura de mistura nessa região, conforme discutido na seção anterior.

As curvas da figura 6.2 a), para $Re = 117$, são iguais, à exceção da região onde se situam as recirculações. À medida que Re cresce, as curvas ficam completamente diferentes, com a configuração assimétrica apresentando um comportamento bem mais rico, tanto para o disco superior como para o inferior. Os pontos de máximo para a configuração assimétrica se situam próximos aos pontos de reatamento. Para um melhor entendimento da transferência de calor na região de reatamento do escoamento, referência é feita ao trabalho de Sparrow et alli [40].

Observa-se que as depressões, nas curvas de Nu , são mais intensas para as configurações assimétricas do que para as simétricas, indicando que a troca de calor, na parede correspondente à depressão, é menor para a configuração assimétrica. Tal comportamento deve-se ao fato da configuração assimétrica exibir velocidades menores, na região correspondente a essas depressões, do que a configuração simétrica conforme se observa nas curvas de tensão cisalhante, figura 5.5. Desta forma a renovação do fluido junto às paredes é menor, diminuindo a transferência de calor.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

No presente trabalho, investigou-se numericamente o escoamento radial entre discos paralelos concêntricos. O espaçamento entre os discos foi mantido constante e o número de Reynolds do escoamento, associado ao raio de entrada dos discos, foi variado entre zero e 1000.

Inicialmente, o objetivo do trabalho era o de encontrar razões para os comportamentos anômalos verificados em estudos anteriores sobre a transferência de calor em difusores radiais, realizados por Todescat [15] e Pilichi [16]. Estes verificaram que a partir de um Re crítico, ocorria uma discrepância entre os resultados numéricos e os experimentais. Os resultados numéricos subestimavam a transferência de calor que ocorria no experimento. Com a motivação de entender os motivos desta discrepância, estudou-se o escoamento radial em busca de bifurcações espaciais e temporais. Hoje acredita-se que os resultados de Todescat [15] e Pilichi [16] estão associados a instabilidades da camada viscosa e não a efeitos ligados a gradientes de pressão adversos, como é o caso do presente trabalho. Tal fato está discutido em Prata et alli [41].

Uma ampla verificação do código computacional utilizado é realizada na presente dissertação. Testado em situações sabidamente periódicas, o programa conseguiu reproduzir frequências de oscilação obtidas experimentalmente dentro de uma margem de erro inferior a 2%. Na reprodução dos campos de pressão o programa subestimou os gradientes desta, fato observado quando os resultados numéricos foram comparados com soluções analíticas e com outros resultados numéricos. Embora a diferença não seja grande, não se sabe até que ponto esta poderia ser responsável pelo fato de não se ter encontrado soluções periódicas para o escoamento radial, uma vez que Mochizuki e Yao [13] reportam a existência de soluções periódicas a partir de um número de Reynolds crítico. Adicionalmente, tais autores afirmam a inexistência de escoamentos radiais em regime permanente que possuam regiões de recirculação. Os resultados destes autores não foram reproduzidos no presente trabalho, bem como algumas de suas conclusões foram negadas. Embora outros artigos da literatura suportem as conclusões obtidas aqui, investigações adicionais se fazem necessárias

para explorar tais controvérsias.

No presente estudo verificou-se que, para números de Reynolds inferiores a 65, o escoamento é paralelo. Para $Re \approx 65$, surgem as primeiras regiões de recirculação, fruto da separação do escoamento das paredes do difusor. Essas recirculações aumentam de tamanho à medida que Re cresce. Em $Re \approx 115$ ocorre uma bifurcação, surgindo diferentes soluções para um mesmo Re , representadas por escoamentos com configurações simétrica e assimétricas. As configurações simétricas se mostraram instáveis e as assimétricas, estáveis. Olhando para os mapas de linhas de corrente, observa-se que nas configurações simétricas o escoamento apresenta apenas duas regiões de recirculação, independentemente de Re , uma em cada parede do difusor. A configuração assimétrica, ao contrário, apresenta um padrão de linhas de corrente bem mais rico. Nesse caso, os mapas de linhas de corrente mostram um comportamento que lembra o que deveria ser a aparência de um disco sólido, confinado, que flamba sob efeito de compressão.

Como esta foi a primeira vez que bifurcações foram observadas em escoamentos radiais, pretendeu-se investigar os mecanismos a elas associados bem como efeitos de instabilidade do escoamento, ilustrando várias características das soluções obtidas. Para tanto traçaram-se campos de linhas de corrente e de isobáricas, curvas de pressões média e nas paredes do difusor, de tensão cisalhante e de energia mecânica. Para estudar o comportamento térmico do escoamento radial traçaram-se ainda curvas de temperatura de mistura, ao longo da posição radial, e do número de Nusselt local, ao longo das paredes do difusor.

Nesse sentido, estudando os aspectos hidrodinâmicos das soluções, observou-se que a bifurcação ocorre associada a um forte gradiente de pressão adverso. Outros autores, como Sobey e Drazin [14], observaram a ocorrência de bifurcações em situações onde também existe um gradiente de pressão adverso. Deve-se admitir então a hipótese de que o gradiente de pressão adverso é um agente perturbador de escoamento. O mesmo favorece o surgimento de instabilidades e bifurcações, com o surgimento de configurações assimétricas em geometrias simétricas. Assim, sempre que confrontados com situações onde exista um gradiente adverso de pressão, devemos estar atentos à possibilidade de que hipóteses de simetria, consideradas óbvias a primeira vista, não se apliquem. Caso contrário corre-se o risco de simular um escoamento artificial, instável, que não tem muita chance de ocorrer na natureza.

Na busca de bifurcações procurou-se limitar o número de hipóteses simplificativas utilizadas. Apesar disso persistiram algumas simplificações, de forma que o custo computacional para se obter as soluções não fosse demasiadamente elevado. A simplificação mais crítica, com certeza, é a de que o escoamento é axissimétrico. É questionável o fato de que as recirculações encontradas sejam perfeitamente axissimétricas. Parece difícil acreditar que, apesar de ocorrerem recirculações e bifurcações, as soluções continuem a apresentar um caráter axissimétrico. Entretanto, cabe lembrar que existem situações na natureza nas quais existem recirculações e que apresentam simetria axial. O escoamento entre dois cilindros concêntricos, um girando em relação ao outro, é um exemplo típico. Quando a velocidade relativa de rotação entre os dois cilindros ultrapassa um valor crítico, surgem os vórtices de Taylor, os quais exibem um caráter axissimétrico. Assim, se a presença de vórtices não impede a natureza de apresentar um comportamento axissimétrico, é possível que as soluções encontradas no presente trabalho sejam estáveis, mesmo se efeitos tridimensionais forem considerados. Baseado nos resultados encontrados por Sobey e Drazin (bifurcações sucessivas) não é difícil imaginar que as primeiras bifurcações encontradas sejam axissimétricas. Posteriormente, aumentando-se o número de Reynolds, ocorreriam bifurcações tridimensionais, não axissimétricas. Ainda baseado em Sobey e Drazin, pode-se afirmar que a ordem em que os diferentes tipos de bifurcação (bidimensional, tridimensional e temporal) ocorreriam, dependeria do espaçamento entre os discos. A fim de se passar do campo especulativo para evidências concretas, investigações adicionais se fazem necessárias.

No que tange as trocas de energia no escoamento radial, verificou-se que as configurações assimétricas são mais eficientes em relação à troca de calor. Em contrapartida, as configurações simétricas são mais eficientes em relação ao "consumo" de energia mecânica, ou seja, perdem menos energia do que as configurações assimétricas. A maior "agitação" do escoamento para a configuração assimétrica, é responsável por ambos os fatos; a intensificação da transferência de calor e a maior perda de energia mecânica.

REFERÊNCIAS

-
- [1] FERREIRA, R.T.S.; DESCHAMPS, C.J.; PRATA, A.T. Pressure Distribution Along Valve Reeds of Hermetic Compressors. *Exp. Thermal and Fluid Science*. 2:201-7, 1989.
- [2] RAAL, J.D. Radial Source Flow Between Parallel Disks. *J. Fluid Mechanics*. 85(3):401-16, 1978.
- [3] DESCHAMPS, C.J.; PRATA, A.T.; FERREIRA, R.T.S. Modelagem de um Escoamento Turbulento em Presença de Estagnação, Recirculação, Aceleração e Gradientes de Pressão Adversos. *Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*. Rio de Janeiro, 1:57-60, 1989.
- [4] TABATABAI, M. & POLLARD, A. Turbulence in Radial Flow Between Parallel Disks at Medium and Low Reynolds Number. *J. Fluid Mechanics*. 185:483-502, 1987.
- [5] ERVIN, J.S.; SURIJANARAYANA, N.V.; NG, H.C. Radial Turbulent Flow of a Fluid Between Two Coaxial Disks. *J. Fluids Eng.* 111:378-83, 1989.
- [6] SPARROW, E.M. & KALEJS, J.P. Local Convective Transfer Coefficients in a Channel Downstream of a Partially Constricted Inlet. *Int. J. Heat Mass Transfer*. 20:1241-9, 1977.
- [7] PATERA, A.T. & MIKIC, B.B. Exploiting Hydrodynamic Instabilities. Resonant Heat Transfer Enhancement. *Int. J. Heat Mass Transfer*. 29:1127-38, 1986.
- [8] KOZLU, H.; MIKIC, B.B.; PATERA, A.T. Minimum Dissipation Heat Removal by Scale-Matched Flow Destabilization. *Int. J. Heat Mass Transfer*. 31:2023-32, 1988.

- [9] JACKSON, J.D. & SYMMONS, G.R. An Investigation of Laminar Radial Flow Between Two Parallel Disks. *App. Scientific Research*. 15(A):59-75, 1965.
- [10] ISHIZAWA, S. The Axi-Symmetric Laminar Flow in an Arbitrarily Shaped Narrow Gap (First Report). *Bulletin of the JSME*. 8:353-67, 1965.
- [11] ISHIZAWA, S. The Axi-Symmetric Laminar Flow in an Arbitrarily Shaped Narrow Gap (Second Report). *Bulletin of the JSME*. 9:86-103, 1966.
- [12] MOCHIZUKI, S. & YAO, M. Flow Separation and Heat Transfer in Radial Flows Between Two Parallel Disks. *Trans. of Japan Society of Mechanical Engineers*. 49:426-32, 1983.
- [13] MOCHIZUKI, S. & YANG, W.J. Self Sustained Radial Oscillating Flows Between Parallel Disks. *J. Fluid Mechanics*. 154:377-97, 1985.
- [14] SOBEY, I.J. & DRAZIN, P.G. Bifurcations of Two-Dimensional Channel Flows. *J. Fluid Mechanics*. 171:263-87, 1986.
- [15] TODESCAT, M.L. *Transferência de Calor Laminar em Válvulas de Compressores*. Dissertação de Mestrado, Depto. Eng. Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1988.
- [16] PILICHI, C.M. *Determinação Numérica e Experimental de Coeficientes de Transferência de Calor Locais em Difusores Radiais*. Dissertação de Mestrado, Depto. Eng. Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1990.
- [17] OKAJIMA, A. Strouhal Numbers of Rectangular Cylinders. *J. Fluid Mechanics*. 123:379-98, 1982.
- [18] DAVIS, R.W.; MOORE, E.F.; PURTELL, L.P. A Numerical Experimental Study of Confined Flow Around Rectangular Cylinders. *Phys. Fluids*. 27(1):46-59, 1984.

- [19] VAN DYKE, M. Entry Flow in a Channel. *J. Fluid Mechanics*. **44**(4): 813-23, 1970.
- [20] WILSON, S.D.R. Entry Flow in a Channel. Part 2. *J. Fluid Mechanics*. **46**(4):787-99, 1971.
- [21] PATANKAR, S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York, Hemisphere Publishing Co, 1980.
- [22] SETTARI, A. & AZIZ, K. A Generalization of the Additive Correction Methods for the Solution of Matrix Equations. *SIAM J. Numer. Analysis*. **10**:506-21, 1973.
- [23] SILVA, A.F.C. Comunicação Pessoal em Fevereiro de 1991.
- [24] FROMM, J.E. & HARLOW, F.H. Numerical Solution of the Problem of Vortex Street Development. *Phys. Fluids*. **6**(7):975-82, 1963.
- [25] THOMAN, D.C. & SZEWCZYK, A.A. Time Dependent Viscous Flow Over a Circular Cylinder. *Phys. Fluids, High-Speed Computing in Fluid Dynamics - Supplement II*. 76-87, 1969.
- [26] DAVIS, R.W. & MOORE, E.F. A Numerical Study of Vortex Shedding from Rectangles. *J. Fluid Mechanics*. **116**:475-506, 1982.
- [27] BOTTARO, A. Note on Open Boundary Conditions for Elliptic Flows. *Numerical Heat Transfer*. **18**(B):243-56, 1990.
- [28] DURÃO, D.F.G. & PEREIRA, J.C.F. A Numerical Experimental Study of Confined Unsteady Laminar Flow Around a Square Obstacle. *Proceedings of the Fifth International Conference on Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow*. Montreal, **5**(I):261-72, 1987.

- [29] KELKAR, K.M. & PATANKAR, S.V. Numerical Prediction of Vortex Shedding Behind a Square Cylinder. 1989 National Heat Transfer Conference. HTD Vol.110, Numerical Heat Transfer with Personal Computers and Supercomputing. 185-91, 1989.
- [30] DE HENAU, V.; RAITHEY, G.D.; THOMPSON, B.E. A Total Pressure Correction for Upstream Weighted Schemes. *Int. J. Numerical Methods in Fluids*. 9:855-64, 1989.
- [31] LEONARD, B.P. A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 19:59-98, 1979.
- [32] BARCELLOS, C.S. Comunicação Pessoal em 1990.
- [33] MALISKA, C.R. Notas de Aula da Disciplina Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor Computacional. 1988.
- [34] LANDAU, L.D. & LIFSHITZ, E.M. *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, 1959.
- [35] DRAZIN, P.G. & REID, W.H. *Hydrodynamic Stability*. Cambridge University Press, 1981.
- [36] GLEICK, J. *CAOS: a Criação de uma Nova Ciência*. Rio de Janeiro, Editora Campus, 1990.
- [37] BERGÉ, P.; POMEAU, Y.; VIDAL, C. *Order Within Chaos: Towards a Deterministic Approach to Turbulence*. John Wiley, 1984.
- [38] SEYDEL, R. *From Equilibrium to Chaos: Practical Bifurcation and Stability Analysis*. New York, Elsevier Science Publishing Co., 1988.
- [39] PRATA, A.T.; TODESCAT, M.L.; FERREIRA, R.T.S. Laminar Heat Transfer in Radial Diffusers. Submitted for Publication.

- [40] SPARROW, E.M.; KANG, S.S.; CHUCK, W. Relation Between the Points of Flow Reattachment and Maximum Heat Transfer for Regions of Flow Separation. *Int. J. Heat Mass Transfer*. 30:1237-46, 1987.
- [41] PRATA, A.T.; FERREIRA, R.T.S.; PILICHI, C.D.M.;TODESCAT, M.L. Heat Transfer Enhancements Due to Self-Sustaining Flow Oscillations in Radial Diffusers. Accepted for *Experimental Thermal and Fluid Science*.

APÊNDICE A

Soluções Analíticas para Escoamento Puramente Radial

O escoamento radial entre discos planos paralelos, conforme figura A-1, admite solução analítica nos seguintes casos limites: escoamento a baixíssimo número de Reynolds (Creeping Flow) e escoamento invíscido (potencial).

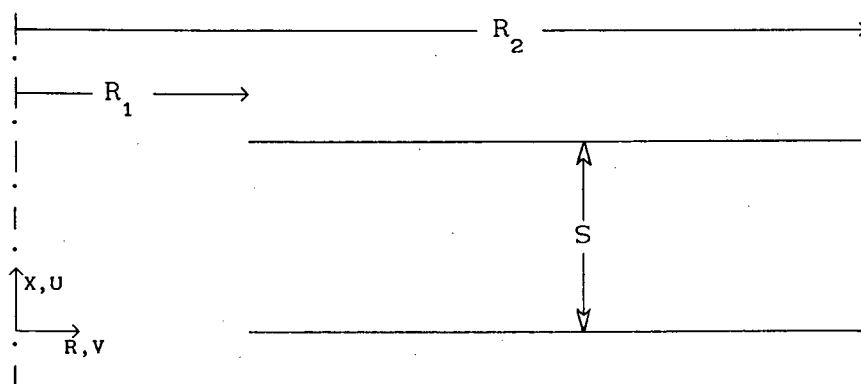


Figura A-1 Geometria do escoamento radial

A seguir serão apresentadas as soluções para a velocidade e distribuição de pressão radiais, para ambos casos limites.

Escoamento a baixo número de Reynolds

Neste caso, as equações da continuidade e de Navier-Stokes (2.4) se reduzem a:

$$\frac{\partial V}{\partial R} + \frac{V}{R} = 0 \quad (A.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = -\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 V}{\partial X^2}$$

onde:

$$V = \frac{v}{\bar{v}}, \quad X = \frac{x}{r_1}, \quad R = \frac{r}{r_1},$$

$$P = \frac{p}{\rho \bar{v}^2} \quad \text{e} \quad Re = \frac{\rho \bar{v} r_1}{\mu}$$

Admitindo que V seja da forma:

$$V(R, X) = G(R) F(X) \quad (\text{A.2})$$

tem-se, pela continuidade

$$G = \frac{K}{R} \quad (\text{A.3})$$

Da equação de Navier-Stokes, usando (A.2), obtém-se:

$$\frac{F''(X)}{Re} = RK \frac{dP}{dR} = \lambda \quad (\text{A.4})$$

então

$$F = \lambda Re \frac{X^2}{2} + A_1 X + A_2 \quad (\text{A.5})$$

aplicando as condições de contorno de $V = 0$ em $X = 0$ e $X = S$, chega-se a:

$$F = \frac{\lambda}{2} (X^2 - SX) \quad (\text{A.6})$$

e

$$V = K \frac{Re}{2R} (X^2 - SX) \quad (\text{A.7})$$

Fazendo um balanço de massa em $R = R_1$, vem:

$$\int_{X=0}^{X=S} V(R, X) dX = \bar{V} S, \quad \text{onde } \bar{V} = 1 \quad (\text{A.8})$$

de onde sai

$$K = - \frac{12}{Re S} \quad (A.9)$$

portanto

$$V = - \frac{6}{R} \left[\frac{X^2 - SX}{S^2} \right]. \quad (A.10)$$

Ainda, integrando

$$RK \frac{dP}{dR} = \lambda$$

sujeito a $P = P_{ref}$ em $R = R_{ref}$, fornece:

$$P - P_{ref} = - \frac{12}{Re S^2} \ln \left[\frac{R}{R_{ref}} \right] \quad (A.11)$$

Escoamento invíscido

No caso de escoamento potencial entre placas planas, o perfil da velocidade V é assumido plano, ou seja, constante ao longo da direção transversal X .

Fazendo um balanço de massa, vem:

$$R \int_{X=0}^{X=S} V(R) dX = \bar{V} R_1 S, \quad \text{onde } \bar{V} = 1 \text{ e } R_1 = 1 \quad (A.12)$$

de onde

$$V = \frac{1}{R} \quad (A.13)$$

No escoamento invíscido a equação de Bernoulli se aplica, e:

$$P + \frac{V^2}{2} = P_{ref} + \frac{V_{ref}^2}{2} \quad (A.14)$$

Fazendo $P_{\text{ref}} = 0$ em $R_{\text{ref}} = 1$, vem

$$P = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{R^2} \right] \quad (\text{A. 15})$$